УДК 519.872

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИЕМА СООБЩЕНИЙ В АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ МЕЖБАНКОВСКИХ РАСЧЕТОВ

А.А. Карпук

Национальный банк Республики Беларусь, Anatoly_Karpuk@bisc.by

В работах [1, 2] построена общая математическая модель автоматизированной системы межбанковских расчетов (АС МБР) в виде тандемной сети массового обслуживания. В этой модели сообщения от банков последовательно обрабатываются в трех системах массового обслуживания (СМО) с неограниченными очередями. В СМО приема сообщений производится дешифрование входных сообщений из входных потоков и проверка подлинности электронной цифровой подписи

(ЭЦП) оператора участника АС МБР. В СМО обработки сообщений производится проведение срочных и несрочных платежей, обработка сообщений по мониторингу и управлению расчетами, обработка запросов по оказанию услуг и обработка запросов к архиву АС МБР. В СМО выдачи сообщений производится шифрование выходных сообщений из выходных потоков СМО обработки сообщений, подписание их ЭЦП оператора АС МБР и выдача участникам АС МБР.

На практике СМО приема сообщений реализуется в виде нескольких серверов, на каждом из которых функционирует несколько процессов обработки сообщений (обработчиков). В работе [3] рассматривался частный случай задачи распределения потоков сообщений от банков по обработчикам по критерию минимизации суммарного времени пребывания в очереди всех сообщений от всех банков в предположении, что количество обработчиков фиксировано, и поток сообщений от каждого банка может обрабатываться только одним обработчиком. В настоящей работе получены расчетные формулы для определения оптимального количества обработчиков на каждом сервере СМО приема сообщений, интенсивностей обработки сообщений каждым сервером и каждым обработчиком, требуемого минимального количества серверов в СМО приема сообщений, средней продолжительности пребывания каждого сообщения в очереди на обработку. Построена математическую модель задачи распределения потоков сообщений от банков по обработчикам по критерию минимизации суммарного времени пребывания в очереди всех сообщений от всех банков.

Пусть в АС МБР принимают участие n банков. Будем считать, что от каждого банка в АС МБР поступает пуассоновский поток сообщений с интенсивностью $\lambda_i, i = \overline{1,n}$. Для обработки сообщений в СМО приема сообщений используются серверы с числом процессоров в каждом сервере, равным η. Время обработки сообщения любого типа от любого банка распределено по показательному закону со средним значением τ, причем $\tau = \tau_1 + \tau_2$, где τ_1 – среднее время работы процессора, τ_2 – среднее время ожидания выполнения операций ввода–вывода (среднее время работы канала ввода–вывода).

Предположим, что каждый процессор имеет собственный канал ввода–вывода, тогда интенсивность обработки сообщений одним процессором γ выразится в виде $\gamma = \min\{\tau_1^{-1}, \tau_2^{-1}\}$, а интенсивность обработки сообщений каждым сервером μ^c – в виде $\mu^c = \eta\gamma$. На каждом сервере запущено k параллельных обработчиков. С учетом того, что интенсивность обработки сообщений одним обработчиком не превосходит τ^{-1}, оптимальное количество обработчиков на одном сервере определяется по формуле $k^o = \lceil \eta\gamma\tau \rceil$, где через $\lceil a \rceil$ обозначено минимальное целое число, большее либо равное a. Если количество обработчиков на сервере меньше k^o, то интенсивность обработки сообщений этим сервером меньше μ^c, а если количество обработчиков на сервере больше k^o, то интенсивность обработки сообщений сервером равна μ^c независимо от количества обработчиков. Если на сервере запущено $k < k^o$ обработчиков, то реальная интенсивность обработки сообщений каждым обработчиком $\mu_j, j = \overline{1,k}$, вычисляется по формуле $\mu_j = \tau^{-1}$, если на сервере запущено $k \geq k^o$ обработчиков, то $\mu_j = \eta\gamma / k^o$. Для обеспечения устойчивости работы СМО приема сообщений в АС МБР (обеспечения конечности очереди) должно выполняться условие

$$\lambda = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i < \sum_{j=1}^{m} \mu_j = \mu \tag{1}$$

где m – суммарное количество обработчиков во всех серверах СМО;

μ_j – интенсивность обработки сообщений обработчиком с номером j.

Для худшего случая, когда для всех обработчиков $\mu_j = \mu^o = \eta\gamma / k^o, j = \overline{1,m}$, условие устойчивости СМО имеет вид $\lambda < m\eta\gamma / k^o$. Для выполнения последнего условия суммарное количество обработчиков во всех серверах m должно выбираться по правилу $m > \lambda k^o / \eta\gamma = \lambda / \mu^o$. При этом средняя продолжительность пребывания каждого сообщения в очереди на обработку вычисляется по формуле $t = 1/(m\mu^o - \lambda)$.

Рассмотрим пример проектирования СМО приема сообщений в АС МБР. Пусть в течение одного часа от всех банков в АС МБР поступает $\lambda = 30000$ сообщений. Для обработки сообщений используются четырехпроцессорные серверы, среднее время обработки сообщения одним процессором $\tau = 0{,}0003$ часа (1 сек), при этом $\tau_1 = 0{,}00012$ часа (0,4 сек), $\tau_2 = 0{,}00018$ часа (0,6 сек). Интенсивность обработки сообщений одним процессором $\gamma = 5555$, максимальная интенсивность обработки сообщений каждым сервером $\mu^c = 22220$. Оптимальное количество обработчиков на одном сервере $k^o = 7$, минимальная интенсивность обработки сообщений одним обработчиком $\mu^o = 3175$. Для обеспечения устойчивости работы СМО приема сообщений в АС МБР суммарное количество обработчиков во всех серверах m должно удовлетворять условию $m \ge 10$, т. е. требуется не менее двух серверов. При $m = 10$ средняя продолжительность пребывания каждого сообщения в очереди на обработку $t^{10} = 2{,}1$ сек, при $m = 11$ получим $t^{11} = 0{,}72$ сек, при максимальном использовании ресурсов двух серверов ($m = 14$) получим $t^{14} = 0{,}25$ сек.

В рассмотренной выше СМО все m обработчиков обрабатывают все n потоков сообщений от банков. При такой организации СМО приема сообщений в АС МБР все банки равноправны, и средняя продолжительность пребывания сообщения в очереди одинакова для всех банков. В этом случае суммарное время пребывания в очереди всех сообщений от всех банков равно $T = \lambda t$. Эту величину можно уменьшить, если усложнить СМО, назначив для обработки потоков сообщений от конкретных банков конкретные обработчики. Построим математическую модель задачи распределения потоков сообщений от n банков по m обработчикам по критерию минимизации суммарного времени пребывания в очереди всех сообщений от всех банков.

Будем считать, что $m < n$. Разобьем множество обработчиков на m подмножеств (групп), из которых от 0 до $m-1$ групп могут быть пустыми. Разбиение зададим булевой матрицей $(y_{pj}),\ p = \overline{1,m},\ j = \overline{1,m}$, элемент которой $y_{pj} = 1$, если обработчик с номером p принадлежит группе с номером j, и равен 0 в противном случае. Условие вхождения каждого обработчика только в одну группу запишем в виде

$$\sum_{j=1}^{m} y_{pj} = 1 \text{ для всех } p = \overline{1,m}. \qquad (2)$$

Отнесем каждый из банков к одной из сформированных непустых групп обработчиков. Распределение банков по группам обработчиков опишем булевой матрицей $(x_{ij}),\ i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m}$, элемент которой $x_{ij} = 1$, если поток сообщений от банка с номером i обрабатывается группой обработчиков с номером j, и равен 0 в противном случае. Условие вхождения каждого банка только в одну группу запишем в виде

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1 \text{ для всех } i = \overline{1,n}. \qquad (3)$$

Условие использования только непустых групп обработчиков можно записать в виде:

$$\text{сли для } j \ni \overline{1,m} \left(\sum_{p=1}^{m} y_{pj} \right) = 0, \text{ то } x_{ij} = 0 \text{ для всех } i = \overline{1,n}. \tag{4}$$

При сделанных предположениях каждую непустую группу обработчиков с номером $j \ni \overline{1,m}$ можно рассматривать как отдельную СМО, условие устойчивости которой имеет вид

$$L_j = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_{ij} < \sum_{p=1}^{m} \mu_p y_{pj} = M_j. \tag{5}$$

Средняя продолжительность пребывания каждого сообщения в очереди на обработку в этой СМО T_j вычисляется по формуле $T_j = 1/M_j - L_j$, тогда суммарное время пребывания в очереди всех сообщений от всех банков выражается в виде

$$T = \sum_{j=1}^{m} \frac{L_j}{M_j - L_j} \tag{6}$$

Таким образом, задача распределения потоков сообщений от n банков по m обработчикам по критерию минимизации суммарного времени пребывания в очереди всех сообщений от всех банков сводится к нахождению булевых матриц $(y_{pj}), p = \overline{1,m}, j = \overline{1,m}$, и $(x_{ij}), i = \overline{1,n}, j = \overline{1,m}$, для которых выполняются условия (2) – (5) и достигает минимума функционал (6). Для решения задачи можно разработать точные алгоритмы на основе методов последовательного анализа вариантов, методов построения последовательности решений, методов ветвей и границ и методов динамического программирования, а также приближенные эвристические алгоритмы.

Литература:

1. Карпук, А.А. О математическом моделировании систем межбанковских и межфилиальных расчетов / А.А. Карпук, М.Г. Кищенко // Технологии информатизации и управления: Сб. научн. ст. / Редкол.: П.А. Мандрик (отв. ред.) [и др.]. – Минск: БГУ, 2009. – С. 20–24.

2. Карпук, А.А. О математическом моделировании системы межбанковских расчетов / А.А. Карпук, М.А. Маталыцкий // Устойчивое развитие экономики: состояние, проблемы, перспективы: Материалы четвертой международной научно–практической конференции, УО «Полесский государственный университет», г. Пинск, 20–22 мая 2010 г. / Национальный банк Республики Беларусь [и др.]; редкол.: К.К. Шебеко [и др.]. – Пинск: ПолесГУ, 2010. – С. 21–25.

3. Дичковский, А.Г. Об оптимальном распределении потоков сообщений в одной информационной системе / А.Г. Дичковский [и др.] // Технологии информатизации и управления: Сб. научн. ст. Вып. 2 / Редкол.: А.М. Кадан (отв. ред.) [и др.]. – Минск: БГУ, 2011. – С. 14–17.