

**АППРОКСИМАЦИЯ ЭКСПЕРТНОЙ МОДЕЛИ**  
**В.М. Романчук, П.С. Серенков, В.Д. Василенок**  
*Белорусский национальный технический университет*

Сущность метода экспертных оценок заключается в том, что в основу математической модели закладывается субъективное мнение специалиста или коллектива специалистов, основанное на практическом опыте. При субъективном измерении испытуемый выполняет функции измерительного прибора. Для формализации модели субъективного измерения введем функцию предпочтения. Под функцией предпочтения будем понимать функцию, которая является моделью некоторой системы и имеет вид:

$$U=f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (1)$$

где  $U$  – значения функции, которые находят на основании экспертных оценок,  $x_i$  – факторы, которые учитывает эксперт при оценке значения функции.

Данное определение охватывает широкий круг задач.

1. Комплексная оценка качества. Применяются различные эвристические алгоритмы [1, с.140].
2. Оценка ожидаемой полезности. Хотя известны многочисленные варианты моделей ожидаемой полезности. Но эксперименты показали, что "...Люди не обрабатывают информацию, особенно вероятности, в соответствии с принципами ожидаемой полезности"[2]. Следовательно, при построении функции ожидаемой субъективной полезности вероятность и выигрыш необходимо рассматривать как факторы и использовать общую модель (1).
3. В экономике и финансах для решения задач в условиях неопределенности модель измерения субъективного экономического благополучия [ 3 ].
4. В теории и практике управления системами при моделировании предпочтительного поведения оператора, также необходимо рассматривать задачу построения общей модели (1) [4 ].

Таким образом, существует потребность использовать информацию от экспертов, которую трудно формализовать. Ограничимся случаем, когда содержательные регрессионные модели не находят своего подтверждения или такие модели строить нецелесообразно. Целью данной работы является нахождения функции предпочтений, путем аппроксимации функции, зависящей от некоторых аргументов (факторов) по результатам экспертного оценивания (эксперимента).

Мы должны выбрать метод измерения функции предпочтений в точках некоторого плана эксперимента и метод аппроксимации функции.

Среди методов измерения мы отдаем предпочтение методу парных сравнений, как наиболее простому и обоснованному [5]. Метод парных сравнений – метод косвенного определения функции предпочтений.

Определив значения функции предпочтений в отдельных точках по результатам косвенных измерений, переходим к задаче аппроксимации функции. Подчеркнем, что все результаты измерений функции предпочтений, независимо от способа измерений, получены в интервальной шкале.

Аппроксимация функции может быть выполнена разными способами. Часто используется параметрический подход, заключающийся в предположении, что функция отклика имеет некоторый вид. Задание параметрической модели ограничивает возможности анализа сложных ситуаций. Непараметрический подход более гибок. Одним из простейших непараметрических методов являются ядерные оценки плотности Розенблата — Парзена ( как следствие, оценки типа Надарая—Ватсона). Этот метод прост в применении, но требует большого количества измерений и не обеспечивает возможность интерполяции функции. Задача, получения ядерных оценок непараметрического типа, может быть решена методом сингулярного вейвлета, который лишен указанных недостатков [6].

Таким образом, при построении функции предпочтений могут использоваться различные методы аппроксимации. В сложных случаях будем использовать технологию сингулярного вейвлета [6]. С точностью до линейного преобразования функция предпочтительности соответствует конкретной измерительной шкале т.е. имеет определенный эвристический смысл. Таким образом, содержательность модели обеспечивается соответствием выбранному методу измерения функции предпочтений – методу парных сравнений[5].

Нельзя не отметить, что ответы эксперта могут быть противоречивыми, меняться время от времени и зависеть от личности интервьюера. В данной работе предлагается доказывать существование адекватной функции предпочтения, путем выделения инвариантных, к изменению измерительной базы, предпочтений.

Пусть  $\Omega$  – произвольное множество, состоящее из конечного числа элементов (объектов)  $\omega^i$ ,  $i=1,2, \dots, M$ ; т.е.  $\Omega = \{\omega^1, \omega^2, \dots, \omega^M\}$ .

Пусть задана функция  $U: \Omega \rightarrow R^1$  тогда обозначим:  $U^i = U(\omega^i)$ .

Значения функцией предпочтений  $U^i$  будем называть *предпочтениями*.

Человек лучше сравнивает, чем непосредственно оценивает. Измерение и есть сравнение. Кроме того, складывать и вычитать легче, чем умножать и делить. В методе парных сравнений [5], объекты предъявляются эксперту попарно и оцениваются разности  $U^i - U^j$ . Мы считаем метод парных сравнений наиболее универсальным и точным методом измерений.

Средство измерения должно соответствовать предмету измерения и обеспечивать максимальную точность измерения.

Значения вектора предпочтений могут зависеть от порядка следования вопросов. Для придания ответам однозначности будем проводить опрос в соответствии с определенными планами, которые определяют порядок и последовательность заполнения анкеты. Анкета должна выявлять инварианты субъективного предпочтения, а не использоваться для дискредитации идеи экспертного оценивания. Для того, чтобы убедиться в устойчивости мнений эксперта, функцию предпочтений будем находить с использованием различных измерительных баз.

Пусть

$$U^i - U^j = h r^{i,j}, \quad (2)$$

где  $r^{i,j}$  – определяется на основании оцифровки ответов эксперта, согласно выбранному методу оценивания;  $i, j \in \{1, 2, \dots, M\}$ ,  $M$  – натуральное число,  $h$  – некоторая неизвестная шкалирующая константа. По результатам парных сравнений должен быть найден вектор предпочтений  $U = (U^1, U^2, \dots, U^M)$ .

Ранг матрицы системы (2) равен  $M-1$ . Выбрав базисный минор матрицы системы (2), получим некоторый план эксперимента. Выполнив эксперимент, получим вектор предпочтений, с точностью до произвольного линейного преобразования. Это означает, что координаты вектора предпочтения мы измеряем в интервальной шкале.

Для нахождения  $U^1, U^2, \dots, U^M$  можно рассматривать два различных плана эксперимента, отличающиеся базисными минорами. Первый будем называть планом А, второй – планом В. В итоге мы получаем два вектора оценок, с различными константами  $h$ . Относительно полученных оценок  $(U_A^i, U_B^i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ , полагаем, что  $U_A^i = w_1 + w_2 U_B^i + \varepsilon_i$ , где  $i = 1, 2, \dots, M$ ;  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_M$  – независимые одинаково распределенные случайные величины, а  $w_1, w_2$  – константы. Сформулируем критерий инвариантности предпочтений эксперта  $K_1$ .

Оценки вектора предпочтений, с различным базированием, будем называть *альтернативными предпочтениями*. Подчеркнем, что все результаты измерений, независимо от способа, получены в интервальной шкале. Статистическое совпадение альтернативных предпочтений, считаем основанием для подтверждения существования инвариантных субъективных предпочтений.

*Критерий  $K_1$* . Оценки предпочтений устойчивы, если альтернативные предпочтения связаны статистически значимой адекватной возрастающей линейной зависимостью.

Однофакторные и многофакторные альтернативы рассматриваются аналогично.

В качестве примера, который подчеркивает необходимость проверки критерия типа  $K_1$ , сошлемся на работу [7]. В статье показана возможная несостоятельность метода анализа иерархий [8] при определенных наборах входных данных. Вместе с тем метод МАИ получил широкое распространение, что в немалой степени компрометирует саму идею экспертного оценивания.

#### Список использованных источников

1. Азгальдов, Г.Г. Теория и практика оценки качества товаров(основы квалиметрии)/ Г.Г. Азгальдов.– М.: Экономика, 1982.–256 с.
2. Schoemaker, Paul J.H. The Expected Utility Model: Its Variants, Purposes, Evidence and Limitations / Paul J.H. Schoemaker // Journal of Economic Literature.– June 1982, –v. XX, no.2.– p.529–563.
3. Хашенко, В. А. Субъективное экономическое благополучие и его измерение: построение опросника и его валидизация/ В. А Хашенко // Экспериментальная психология.– 2011.– том 4, № 1. – С.106–127
4. Поспелов, Д.А. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта/ Д.А. Поспелов.– М.: Наука, 1986.–312с.
5. Дэвид, Г. Метод парных сравнений./ Г. Дэвид, Пер. с англ. Под ред. Ю. Адлера. – М.: Статистика, 1978. – 114 с.
6. Романчук, В. М., Метод сингулярных вейвлетов в задачах экспертного оценивания сводного показателя качества. / В. М. Романчук, П.С. Серенков, П. М. Лаппо // Приборостроение – 2009: материалы Междунар. Науч.– техн. Конф.– Минск: БНТУ, 2009. – С.128.
7. Подиновский, В.В. О некорректности метода анализа иерархий/ В.В. Подиновский., О.В Подиновская// Проблемы управления. – 2011.–№1. С. 8–13.
8. Саати, Т. Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий/ Т. Л. Саати. — М.: Радио и связь, 1989. — 316 с.