МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО НЕСУЩЕСТВОВАНИЯ БОГА

А.К. ЛЕШКЕВИЧ
Минск, МинДА

В 2007 году в журнале «Октябрь» №7 был опубликован труд Анатолия Вассермана под названием «Дилогия атеизма» [2]. Труд посвящен доказательству небытия Бога и содержит несколько спорных и неочевидных логических заключений, которые требуют отдельного анализа. Главным и самым весомым аргументом, доказывающим небытие Бога, является «математическое доказательство несуществования Бога», основанное на теоремах Курта Геделя о неполноте формальных языков математической логики. Необходимо отметить, что автор труда не является обладателем ученой степени в области математических дисциплин. Однако его работа получила достаточно высокую известность в нематематических кругах. Причиной этому служит высокая медийность Анатолия Вассермана, обусловленная его победами в сложных интеллектуальных играх. Как результат, он обладает влиятельной силой на общественное мнение, и его умозаключения могут приниматься без всякого анализа посредствам доверия. Для того, чтобы дать правильный ответ в возможном апологетическом споре на математический аргумент несуществования Бога Анатолия Вассермана, необходимо изучить его доказательство с целью выявления возможных ошибок в самом доказательстве или же в методологии проведенного им исследования, т.к. это напрямую касается вопроса о христианских ценностях. Объектом исследования является «математическое доказательство несуществования Бога» Анатолия Вассермана, а предметом – возможные логико–математических ошибки данного доказательства. При исследовании использовались метод системного анализа, описательный и компаративистский методы.

Для правильного логического анализа важна точная формулировка математических аргументов, изложенных в «дилогии атеизма». Цитируя Анатолия Вассермана, основные моменты доказательства несуществования Бога следующие:

«Доказательство непротиворечивости и полноты математической аксиоматики искали долго, упорно и весьма изобретательно. Но в 1931–м немецкий математик Курт Гедель доказал две теоремы, радикально отличные от всех предшествовавших представлений об основаниях математики как логической структуры.

По первой теореме, любая теория, достаточно обширная, чтобы включать арифметику, либо неполна, либо противоречива.

По второй теореме, если теория, включающая арифметику, непротиворечива, то ее средствами это недоказуемо.

Арифметика здесь весьма важна. И не только по техническим причинам: Гедель построил конкретные примеры недоказуемых и неопровержимых утверждений, пользуясь именно арифметическими инструментами. Куда важнее содержательная сторона дела – связь с реальностью. Так, формальная логика не подчиняется теоремам Геделя. Любое утверждение, сформулированное в ее рамках, можно ее же средствами однозначно доказать или столь же однозначно опровергнуть. В частности, утверждение об ее непротиворечивости строго доказано самой же логикой. Зато и средства логики столь бедны, что даже арифметические действия этими средствами невозможно определить – а значит, для описания реального мира формальная логика недостаточна.

Теперь от математики вернемся к религии. Конечно, религия не сводится к аксиомам. Неоднократные богословские попытки полностью формализовать ее неизменно проваливались. Но все же некоторую – и порою довольно отчетливо сформулированную аксиоматику – религия в себя включает.

В рамках Моисеевой традиции (в нее входят иудаизм, христианство, ислам и несколько мелких течений) среди ключевых аксиом – единственность и всемогущество бога. Важна также аксиома бога как первопричины всего сущего: именно бог по своему плану и усмотрению создал весь мир и управляет им: прямо – через непосредственное вмешательство – или косвенно – с помощью созданных им законов.

Но даже если аксиома бога не применяется в науке, интеллектуальная деятельность человечества заметно шире науки. И в этой деятельности аксиома бога – всемогущего и всеобъясняющего – занимает важное место.

Итак, религия опирается на аксиому, гарантирующую объяснение всего. Существование бога (или богов) отменяет нужду в дальнейших объяснениях – то есть в пополнении аксиоматики. Аксиоматика религии заведомо полна. Значит – по первой теореме Геделя – противоречива.» [2]

В 1900 году в Париже прошла Всемирная конференция математиков. Большое внимание привлекло выступление Давида Гильберта. В своем выступлении ученый изложил 23 задачи, которые, как он считал, необходимо решить ученым–математикам 20–го века. Второй в этом списке была на первый взгляд тривиальная проблема о самодостаточности математики. Самодостаточна ли математика? Для решения этой задачи достаточно было бы доказать, что система математических аксиом совершенна и полна. Ее совершенство и полнота выражались бы в возможности математически описать все существующее. Углубившись в изучение этой проблемы, стало очевидно, что задать такую систему аксиом, чтобы она была не противоречива и для любого утверждения позволяла давать оценку в вопросе истинности и ложности однозначно, очень сложно. Так вот, Курт Гедель в 1930 году доказал невозможность такого формального вывода аксиоматическим методом всех математических утверждений, выступив в Кенинсберге на конференции с докладом «О полноте логического исчисления». В начале 1931 года он опубликовал статью «О принципиально неразрешимых положениях в системе Principia Mathematica и родственных ей системах» [5, 173–198]. Центральной темой в этой статье было доказательство его теорем.

Первая из теорем Геделя о неполноте говорит о том, что если формальная арифметика не противоречива, то в ней обязательно будет существовать формула, которую невозможно ни доказать, ни опровергнуть. Вторая теорема говорит о том, что если формальная арифметика не противоречива, то в ней невозможно вывести формулу, которая утверждает непротиворечивость данной арифметики. Безусловно, ограничения, которые накладывают теоремы Геделя на всякую формальную арифметику, будут характерны и в целом для всякой формальной системы. Формальной системой или формализмом можно назвать результат полной формализации теории, по результатам которой мы получаем полную абстракцию от смысла используемых слов (но все условия использования этих слов регламентированы аксиомами) [6]. Чтобы не углубляться в логику предикатов высших порядков, достаточно условно можно сказать, что мы отходим от арифметической аксиоматики Пеано и обобщаем применение формализации на любую аксиоматическую теорию.

Можно дать более простую формулировку теоремам Геделя о неполноте. Первая теорема будет утверждать, что обязательно существует предложение недоказуемое и неопровержимое в рамках некой данной теории. Вторая теорема будет утверждать, что в качестве такого предложения можно взять утверждение о том, что она (теория) непротиворечива. [1, 61–106]

Таким образом, не уходя далеко от целей данной статьи, обозначим то, что Анатолий Вассерман изначально для построения своего доказательства несуществования Бога использовал неправильную формулировку теоремы Геделя о неполноте. Очевидно, что Анатолий Вассерман заменил следствие, как в оригинале у Курта Геделя, на исключающее «или».

Таким образом, теорема Курта Геделя в правильной формулировке приводит к следующим выводам:

1. Система может быть непротиворечива и неполна.
2. Система может быть противоречива и неполна.
3. Система может быть противоречива и полна.
4. Система не может быть непротиворечива и полна.

Теорема Курта Геделя в неправильной формулировке Анатолия Вассермана приводит к следующим выводам:

1. Система может быть непротиворечива и неполна.
2. Система не может быть противоречива и неполна.
3. Система может быть противоречива и полна.
4. Система не может быть непротиворечива и полна.

Очевидно, что отличия есть только во втором пункте. Строго научно отметим, что данное отличие, к которому привела некорректная формулировка теоремы о неполноте формальных языков, никак не влияет на ход доказательства несуществования Бога Анатолия Вассермана, т.к. нигде не используется для выведения умозаключений.

Что же хотел сказать Анатолий Вассерман, доказывая несуществование Бога? Для этого обратимся к понятиям полноты аксиоматических теорий. Существует понятие абсолютно полной аксиоматической теории и аксиоматической теории полной в узком смысле.

Аксиоматическая теория называется абсолютно полной, если для любого утверждения A, сформулированного в терминах этой теории, точно одно из утверждений A и $\neg A$ (отрицание утверждения A) является ее теоремой (или, как говорят, средств аксиоматической теории достаточно для того, чтобы доказать или опровергнуть любое утверждение, сформулированное в терминах данной теории). Аксиоматическая теория называется полной в узком смысле, если добавление к ее аксиомам любого недоказуемого в ней утверждения с сохранением всех правил вывода приводит к противоречивой теории. Всякая абсолютно полная теория будет полна и в узком смысле. [4] Последнее утверждение доказывается методом от противного, допустив, что существует такая абсолютно полная теория, которая не является полной в узком смысле. Но в чем же тогда смысл абсолютно полной теории, если она и полна в узком смысле? Смысл требования абсолютной полноты непротиворечивой системы аксиом заключается в том, чтобы она давала возможность без всяких добавочных предпосылок логическим путем доказать всякое предложение, сформулированное в терминах данной теории, либо его опровергнуть.

Но именно на втором понятии полной теории в узком смысле и строится доказательство несуществования Бога Анатолия Вассермана. Он говорит о том, что всякая теория неполна, а если она полна, то противоречива. Но откуда берется противоречивость? А вот как раз–таки из понятия полноты в узком смысле. Получается, что к любой теории, насколько бы она не была полной и охватывающей все физические процессы нашей планеты и вселенной, можно добавить недоказуемое утверждение, которое по средствам формализации этой теории приведет к противоречиям внутри ее. Проблема здесь в несоответствии модели моделируемому объекту.

Модель окружающего нас мира не может соответствовать моделируемому объекту, созданному посредством формализации аксиоматических теорий. Иными словами, мы не можем безо всяких оговорок законы математической логики обобщать до законов вселенной. Это явная методологическая ошибка, которая и приводит к таким спорным умозаключениям. На Земле, как пример, мы постоянно испытываем действие атмосферного давления. Поэтому можно сформулировать следующий закон: «Мы постоянно испытываем действие атмосферного давления». Однако, поднявшись за пределы атмосферы, наше утверждение будет неверным. Нам придется его уточнить следующим образом: «Находясь на поверхности планеты Земля, мы постоянно испытываем действие атмосферного давления». Наше изначальное утверждение было применимо только к конкретной замкнутой системе. Выйдя за пределы системы, мы обнаружили, что оно не всегда применимо. Так и с законами математической логики. Эти законы нельзя однозначно обобщать до законов природы или наоборот, законы природы нельзя «вжимать» в законы математической логики.

Современные ученые математики относятся скептически к использованию теорем Геделя в доказательстве существования или несуществования Бога. В частности, Владимир Андреевич Успенский, профессор, доктор физико–математических наук, ученик самого А.Н. Колмогорова сказал, что «Теорема Геделя о неполноте является поистине уникальной. На нее ссылаются всякий раз, когда хотят доказать «все на свете» – от наличия богов до отсутствия разума» [3].

В заключении отметим, что ни один ученый–математик до Анатолия Вассермана не сделал никаких схожих выводов на основании теоремы о неполноте формальных языков Курта Геделя о существовании или несуществовании Бога. Более того, можно отметить, что и после публикации «дилогии атеизма» данный взгляд на проблему бытия Бога не получил никакого резонанса в научном математическом обществе. Отметим, что на момент написания работы не удалось найти никакой однозначно–определенной оценки данного доказательства несуществования Бога. Это позволяет говорить о том, что работа Анатолия Вассермана не носит исключительно математический характер, и поэтому ученые не могут дать научную оценку, или же вовсе в ней допущена ошибка, которая для ученых–математиков очевидна, и как результат, работа в целом не заслуживает никакой оценки. Благодаря выявленной методологической ошибке в несоответствии модели моделируемому объекту, мы получаем то, что есть законы, которые стоят выше законов формальной логики. Ограниченность результатов вселенской формализации очевидна, что снова доказывает теоремы Курта Геделя о неполноте. Поэтому, главным результатом исследования можно считать возможность апологетической защиты вопросов бытия Бога по средствам строго научных теорем Курта Геделя о неполноте формальных языков. Таким образом, благодаря проведенному анализу были выявлены ошибки в «математическом доказательстве несуществования Бога», которые его опровергают. Это позволяет говорить о том, что несуществование Бога не доказано Анатолием Вассерманом.

Список использованных источников

1. Беклемишев, Л.Д. Теоремы Геделя о неполноте и границы их применимости / Л.Д.Беклемишев // Успехи математических наук. – 2010. – Том 65. – №5 (395). – С. 61–106.

2. Вассерман, А. Дилогия атеизма / А. Вассерман // Журнальный зал [Электронный ресурс]. – 2007. – Режим доступа: http://magazines.russ.ru/october/2007/7/va5.html. – Дата доступа: 12.11.2016.

3. Музыкантский, А. Теория противоречивости бытия / А. Музыкантский // В мире науки [Электронный ресурс]. – 2007. – Режим доступа: http://elementy.ru/nauchno–

populyarnaya_biblioteka/430446/Teoriya_protivorechivosti_bytiya. – Дата доступа: 12.11.2016.

4. Свойства аксиоматических теорий // Математический форум Math Help Planet [Электронный ресурс]. – 2010, – Режим доступа: http://mathhelpplanet.com/static.php?p=svoystva–aksiomaticheskikh–teoriy. – Дата доступа: 12.11.2016.

5. Gödel, K. Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und ver–wandter Systeme I / K. Gödel // Monatshefte für Mathematik und Physik. – 1931. – V. 38. – P. 173–198.

6. Prof. Kleene, Stephen Cole. Introductions to metamathematics / Prof. Stephen Cole Kleene. – Москва: Изд–во иностранной литературы, 1957. – 60 с.