

МОДЕЛЬ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ ОБРАБОТКИ НЕОДНОРОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМАХ МАКРОКОНВЕЙЕРНОГО ТИПА

Коваленко Николай Семенович, д.ф.–м.н., профессор

Белорусский государственный университет

Павлов Павел Александрович, к.ф.–м.н., доцент,

Полесский государственный университет

Kovalenko Nikolay Semenovich, D.Sc., kovalenkons@rambler.ru, Belarus State University

Pavlov Pavel Aleksandrovich, PhD, pavlov.p@polessu.by, Polessky State University

Предлагается математическая модель организации вычислений неоднородных конкурирующих процессов в многопроцессорных системах макроконвейерного типа и решение задач определения характеристик такой организации по времени реализации процессов при ограниченном числе каналов обмена.

В настоящее время среди наиболее перспективных концепций параллельной обработки является *макроконвейерная* организация вычислений над структурами данных. Интерес к этой концепции постоянно растет в связи с развитием и широким применением локальных и глобальных сетей, созданием вычислительных многопроцессорных систем (МС) и комплексов, сетевого аппаратного и прикладного программного обеспечения. Основная идея концепции *макроконвейерной* организации вычислений заключается в том, что при распараллеливании и распределении вычислений между процессорами “каждому отдельному процессору на очередном шаге вычислений дается такое задание, которое позволяет ему длительное время работать автономно без взаимодействия с другими процессорами” [1]. Уменьшение числа и объемов обмена сообщениями, которыми обмениваются параллельно работающие узлы, как правило, приводит к уменьшению общего времени выполнения заданных объемов вычислений, что является одним из главных критериев качества распараллеливания вычислений.

1. Метод структурирования программных ресурсов и макроконвейерная обработка.

Структурирование (декомпозиция) – это основной способ уменьшения сложности больших задач, программ, систем и т.д. Основная идея состоит в обеспечении специального способа структурирования программного ресурса на блоки Q_1, Q_2, \dots, Q_s и организации параллельного использования этих блоков множеством конкурирующих процессов [2].

Макроконвейерная технология вычислений предполагает декомпозицию структуры данных на большие информационно–слабозависимые подструктуры, способные занимать процессор длительное время. Работа процессоров при этом организуется таким образом, чтобы обмен данными между ними занимал небольшое время по сравнению с временем вычислений.

Пусть PR – программный ресурс, который могут использовать два и более конкурирующих процессов, причем их число $n \geq 2$; $p \geq 2$ – число процессоров макроконвейерной системы, имеющими как локальную, так и общую для всех процессоров память. Применительно к программным ресурсам, одновременно используемым множеством процессов, при макроконвейерной обработке возможны следующие способы организации вычислений.

1) Каждому i -му процессу, $i = \overline{1, n}$, предоставляется отдельная копия программного ресурса PR . При такой стратегии, в случае $p \geq n$, все n процессов могут выполняться одновременно при условии, что в МС достаточно памяти для размещения n копий программного ресурса (в случае с общей памятью) или память каждого процессора МС вмещает отдельную копию программного ресурса (в случае с распределенной памятью). Если же $p < n$, то возможна организация циклического выполнения n процессов группами по p .

2) Программный ресурс PR может быть структурирован на блоки Q_1, Q_2, \dots, Q_s , а вычисления в этом случае организуются в соответствии с методом структурирования. Эта стратегия может применяться при организации вычислений в МС всякий раз, если имеются ограничения на оперативную память, как общую, так и память каждого процессора.

Заметим, что вторая стратегия является наиболее предпочтительной при организации вычислений в МС конвейерного и макроконвейерного типов с целью эффективного использования основных вычислительных ресурсов, а также при организации процессов в операционных системах, при распараллеливании и конвейеризации циклов.

Пусть МС характеризуется следующими параметрами: p – число процессоров, каждый из которых имеет собственную локальную память, $p \geq 2$; k – число каналов, через которые каждый из процессоров имеет доступ к внешней памяти, общей для всех процессоров, $k \geq 1$.

Предполагается, что в МС выполняется n процессов, $n \geq 2$, каждый из которых состоит из s блоков обмена и s блоков счета, $s \geq 1$. Времена обмена и счета для каждого из процессов представлены в виде матриц $t = [t_{ij}]_{n \times s}$ и $T = [T_{ij}]_{n \times s}$ размерности $n \times s$, в которых i -е строки соответствуют i -му процессу.

Взаимодействие процессов с каналами и процессорами характеризуется следующими условиями: 1) к выполнению одновременно готовы p процессов из n ; 2) в каждый момент времени k процессов из n , одновременно протекающих в МС, выполняются синхронно, остальные в очереди ждут освобождения каналов; 3) во время обмена каждый процесс монополизирует один и тот же канал, во время счета – процессор; 4) очередной j -й блок счета на каждом процессоре выполняется только после завершения соответствующего j -го блока обмена, а каждый $(j+1)$ -й блок обмена выполняется после завершения j -го блока счета; 5) процессы считаются равноприоритетными, а режим работы каналов является циклическим.

Условия 1–5 определяют *асинхронный* режим взаимодействия процессов, каналов и процессоров, который допускает как простои каналов из-за занятости процессоров, так и простои процессоров из-за занятости каналов обмена.

В этих предположениях рассмотрим решение задач получения математических соотношений для вычисления минимального общего времени реализации множества конкурирующих процессов.

2. Время реализации асинхронных процессов в макроконвейерных системах с одним каналом обмена. Обозначим через $T_n(k)$ общее время выполнения всех n процессов, которые используют k каналов. Заметим, что при $p \geq k \geq n$ в рамках принятой модели макроконвейер-

ных вычислений $T_n(k)$ составит величину $T_n(k) = T_n(n) = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^s (t_{ij} + T_{ij})$. Если окажется,

что $p > k > n$, то $k - n$ каналов будут не задействованы, а $p - n$ процессоров будут простаивать.

Пусть имеется один канал, т.е. $k = 1$. Предположим, что $n \leq p$. На рис.1 приведена несовмещенная диаграмма Ганта, отображающая взаимодействие n процессов (номер процесса изображен справа в прямоугольнике) с одним каналом и p процессорами.

Причем каждый процесс состоит из $2s$ блоков, $s \geq 1$, которые периодически повторяются в порядке обмен, счет. При этом осуществляется конвейеризация каждого из блоков счета по всем n процессорам, причем одновременно могут выполняться n блоков счета.

Из анализа диаграммы следует, что $T_n(1)$ можно существенно сократить, если воспользоваться совмещением соседних диаграмм Ганта, начиная со второй, справа налево на максимально возможную величину, не нарушающую условий 1–5. Для этого необходимо составить расписание моментов начала выполнения j -го блока обмена, $j = \overline{1, s}$, для i -го процесса, $i = \overline{1, n}$ [3].

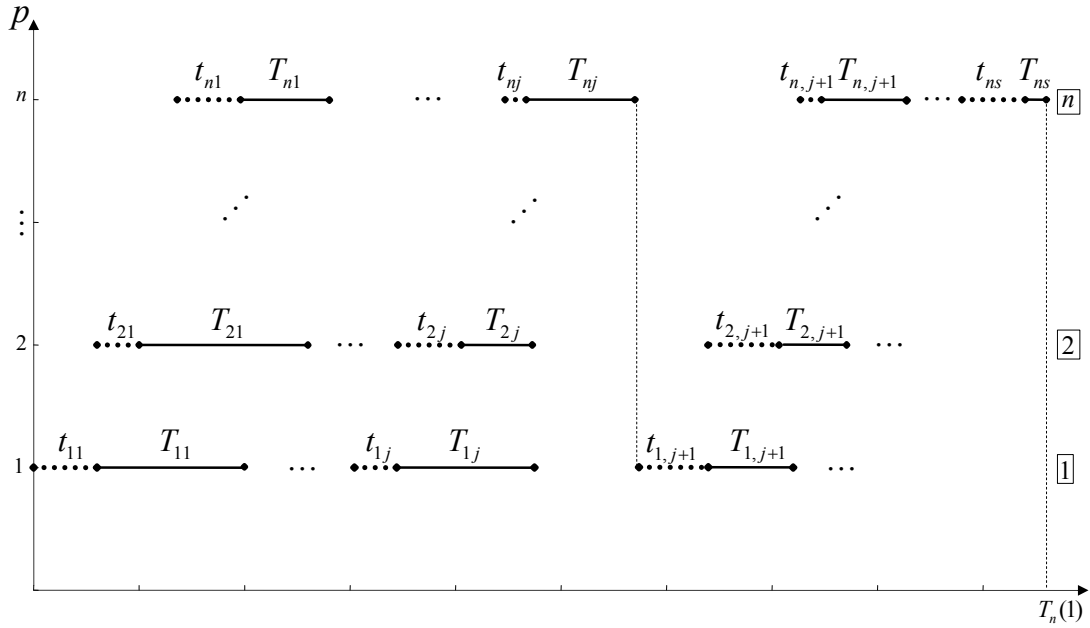


Рисунок 1. – Несовмещенная диаграмма Ганта с одним каналом обмена

Анализируя две соседние диаграммы Ганта (рис.1), соответствующие j -му и $(j+1)$ -му блокам обмена и счета, с временами t_{ij} , T_{ij} и $t_{i,j+1}$, $T_{i,j+1}$ соответственно, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s-1}$, видно, что моменты начала выполнения *первого* блока обмена для каждого процесса определяются из соотношений:

$$sb_{11} = 0, sb_{21} = sb_{11} + t_{11}, \dots, sb_{i1} = sb_{i-1,1} + t_{i-1,1}, \dots, sb_{n1} = sb_{n-1,1} + t_{n-1,1};$$

для *второго* блока обмена:

$$sb_{12} = \max(sb_{11} + t_{11} + T_{11}, sb_{31} + t_{31}),$$

$$sb_{22} = \max(sb_{21} + t_{21} + T_{21}, sb_{12} + t_{12}), \dots,$$

$$sb_{i2} = \max(sb_{i1} + t_{i1} + T_{i1}, sb_{i-1,2} + t_{i-1,2}), \dots,$$

$$sb_{n2} = \max(sb_{n1} + t_{n1} + T_{n1}, sb_{n-1,2} + t_{n-1,2}); \dots;$$

для s -го блока обмена:

$$sb_{1s} = \max(sb_{1,s-1} + t_{1,s-1} + T_{1,s-1}, sb_{3,s-1} + t_{3,s-1}),$$

$$sb_{2s} = \max(sb_{2,s-1} + t_{2,s-1} + T_{2,s-1}, sb_{1s} + t_{1s}), \dots,$$

$$sb_{i3} = \max(sb_{i,s-1} + t_{i,s-1} + T_{i,s-1}, sb_{i-1,s} + t_{i-1,s}), \dots,$$

$$sb_{ns} = \max(sb_{n,s-1} + t_{n,s-1} + T_{n,s-1}, sb_{n-1,s} + t_{n-1,s}).$$

Таким образом, имеет место следующая теорема [3].

Теорема 1. *Общее время выполнения n ($n \geq 2$) процессов p ($p \geq 2$) процессорами, конкурирующими за использование одного канала, в случае $n \leq p$, определяется по формуле:*

$$T_n(1) = \max_{1 \leq i \leq n} (sb_{is} + t_{is} + T_{is}), \quad (1)$$

где sb_{ij} – моменты начала выполнения j -го блока обмена для i -го процесса, определяемые из соотношений:

$$sb_{11} = 0, sb_{i1} = sb_{i-1,1} + t_{i-1,1}, sb_{1j} = \max(sb_{1,j-1} + t_{1,j-1} + T_{1,j-1}, sb_{n,j-1} + t_{n,j-1}) \quad (2)$$

$$sb_{ij} = \max(sb_{i,j-1} + t_{i,j-1} + T_{i,j-1}, sb_{i-1,j} + t_{i-1,j}), i = \overline{2, n}, j = \overline{2, s}.$$

В результате совмещения диаграмма Ганта будет иметь вид (рис.2):

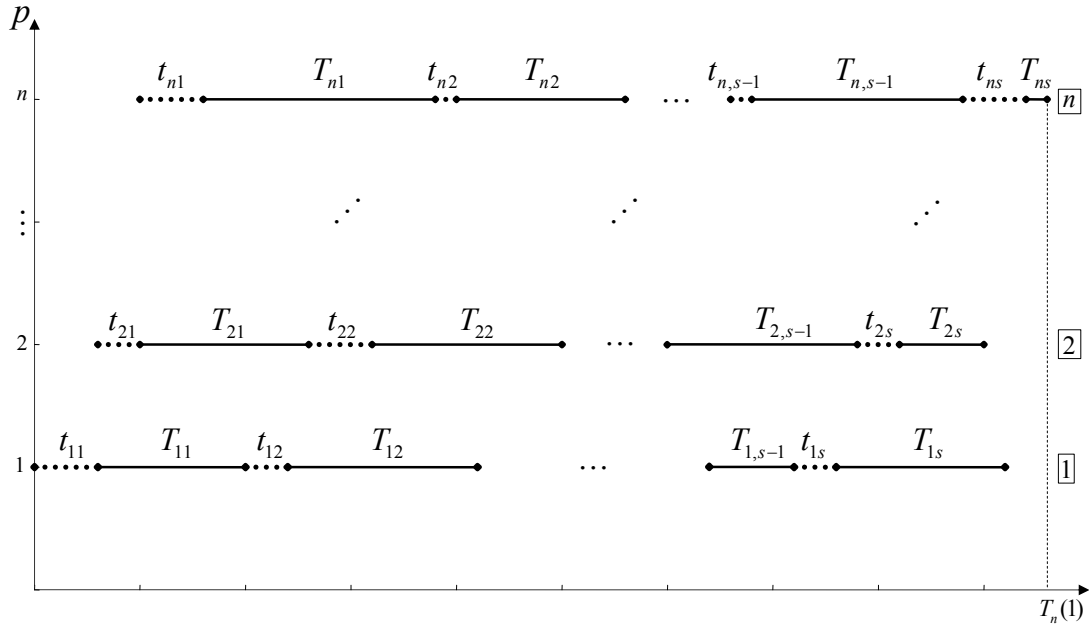


Рисунок 2. – Совмещенная диаграмма Ганта с одним каналом обмена

3. Макроконвейерные системы с ограниченным числом каналов обмена. Из физических соображений наибольший интерес в рамках концепции макроконвейерных вычислений представляет случай ограниченного числа каналов, т.е. когда $k \ll n$, $n = mk$, $m > 1$, что означает, что процессы конкурируют за использование каналов. Будем считать, что $n \leq p$. Рассмотрим следующие способы взаимодействия процессов с каналами и процессорами.

При первом способе, каждый g -й канал, $g = \overline{1, k}$, обслуживает очередных m процессов, которые выполняются на m процессорах, т.е. 1 -й канал обслуживает процессы с номерами $1, 2, \dots, m$, 2 -й – с номерами $m+1, m+2, \dots, 2m$, k -й – с номерами $(k-1)m+1, (k-1)m+2, \dots, n$ (рис.3).

Теорема 2. Общее время выполнения p процессорами ($p \geq 2$) $n = mk$ ($m > 1$) процессов, которые конкурируют за использование k каналов ($k \geq 1$), в случае $n \leq p$ определяется из соотношения:

$$T_n(k) = \max_{1 \leq g \leq k} T_m^g(1) = \max_{1 \leq g \leq k} \left(\max_{(g-1)m+1 \leq i \leq gm} (sb_{is} + t_{is} + T_{is}) \right), \quad (3)$$

где sb_{ij} – моменты начала выполнения j -го блока обмена для i -го процесса, определяемые из соотношений:

$$sb_{gm+1,1} = 0, \quad g = \overline{0, k-1},$$

$$sb_{i1} = sb_{i-1,1} + t_{i-1,1},$$

$$sb_{(g-1)m+1,j} = \max(sb_{(g-1)m+1,j-1} + t_{(g-1)m+1,j-1} + T_{(g-1)m+1,j-1}, sb_{mg,j-1} + t_{mg,j-1}), \quad (4)$$

$$sb_{ij} = \max(sb_{i,j-1} + t_{i,j-1} + T_{i,j-1}, sb_{i-1,j} + t_{i-1,j}),$$

$$i = \overline{(g-1)m+2, gm}, \quad j = \overline{2, s}, \quad g = \overline{1, k}.$$

При втором способе взаимодействия процессов, каналов и процессоров все множество из n процессов разбивается на k групп по m процессов в каждой. Причем каждый g -й канал, $g = \overline{1, k}$, обслуживает группу из m процессов с номерами $(l-1)k + g$, где $l = \overline{1, m}$.

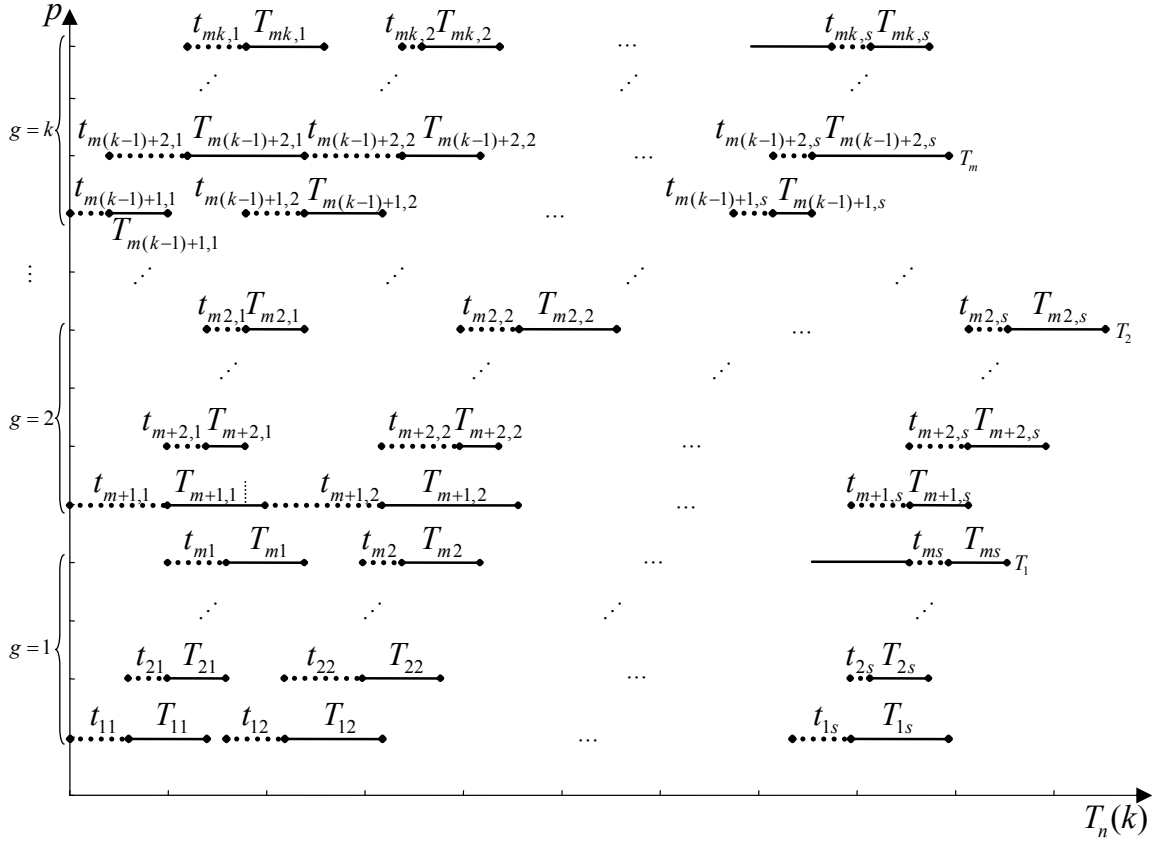


Рисунок 3. – Первый способ взаимодействия процессов, каналов и процессоров

В этом случае, согласно формулам (1)–(2) время, затраченное на выполнение каждой группы из m процессов m процессорами каждым g -м каналом, $g = \overline{1, k}$, составит:

$$T_m^1(1) = \max_{1 \leq l \leq m} (sb_{[(l-1)k+1],s} + t_{[(l-1)k+1],s} + T_{[(l-1)k+1],s}),$$

где $sb_{11} = 0$, $sb_{lk+1,1} = sb_{[(l-1)k+1],1} + t_{[(l-1)k+1],1}$,

$$sb_{[(l-1)k+1],j} = \max(sb_{[(l-1)k+1],j-1} + t_{[(l-1)k+1],j-1} + T_{[(l-1)k+1],j-1}, sb_{lk+1,j-1} + t_{lk+1,j-1}),$$

$$sb_{lk+1,j} = \max(sb_{lk+1,j-1} + t_{lk+1,j-1} + T_{lk+1,j-1}, sb_{[(l-1)k+1],j} + t_{[(l-1)k+1],j}),$$

$$l = \overline{1, m-1}, j = \overline{2, s};$$

$$T_m^2(1) = \max_{1 \leq l \leq m} (sb_{[(l-1)k+2],s} + t_{[(l-1)k+2],s} + T_{[(l-1)k+2],s}),$$

где $sb_{21} = 0$, $sb_{lk+2,1} = sb_{[(l-1)k+2],1} + t_{[(l-1)k+2],1}$,

$$sb_{[(l-1)k+2],j} = \max(sb_{[(l-1)k+2],j-1} + t_{[(l-1)k+2],j-1} + T_{[(l-1)k+2],j-1}, sb_{lk+2,j-1} + t_{lk+2,j-1}),$$

$$sb_{lk+2,j} = \max(sb_{lk+2,j-1} + t_{lk+2,j-1} + T_{lk+2,j-1}, sb_{[(l-1)k+2],j} + t_{[(l-1)k+2],j}),$$

$$l = \overline{1, m-1}, j = \overline{2, s}; \dots;$$

$$T_m^k(1) = \max_{1 \leq l \leq m} (sb_{lk,s} + t_{lk,s} + T_{lk,s}),$$

$$\begin{aligned}
& \text{где} \quad sb_{k1} = 0, \quad sb_{(l+1)k,1} = sb_{lk,1} + t_{lk,1}, \\
sb_{lk,j} &= \max(sb_{lk,j-1} + t_{lk,j-1} + T_{lk,j-1}, sb_{(l+1)k,j-1} + t_{(l+1)k,j-1}), \\
sb_{(l+1)k,j} &= \max(sb_{(l+1)k,j-1} + t_{(l+1)k,j-1} + T_{(l+1)k,j-1}, sb_{lk,j} + t_{lk,j}), \quad l = \overline{1, m-1}, \\
j &= \overline{2, s}.
\end{aligned}$$

Таким образом, справедлива следующая теорема.

Теорема 3. *Общее время выполнения p процессорами ($p \geq 2$) $n = mk$ ($m > 1$) процессов, которые конкурируют за использование k каналов ($k \geq 1$), в случае $n \leq p$ определяется из соотношения:*

$$T_m^g(1) = \max_{1 \leq l \leq m} (sb_{[(l-1)k+g],s} + t_{[(l-1)k+g],s} + T_{[(l-1)k+g],s}),$$

где sb_{ij} – моменты начала выполнения j -го блока обмена для i -го процесса, определяемые из соотношений:

$$\begin{aligned}
sb_{g1} &= 0, \quad sb_{lk+g,1} = sb_{[(l-1)k+g],1} + t_{[(l-1)k+g],1}, \\
sb_{[(l-1)k+g],j} &= \max(sb_{[(l-1)k+g],j-1} + t_{[(l-1)k+g],j-1} + T_{[(l-1)k+g],j-1}, sb_{lk+g,j-1} + t_{lk+g,j-1}), \\
sb_{lk+g,j} &= \max(sb_{lk+g,j-1} + t_{lk+g,j-1} + T_{lk+g,j-1}, sb_{[(l-1)k+g],j} + t_{[(l-1)k+g],j}), \\
l &= \overline{1, m-1}, \quad j = \overline{2, s}, \quad g = \overline{1, k}.
\end{aligned}$$

Построенная модель организации макроконвейерных вычислений над структурами данных при ограниченном числе каналов обмена и разработанные аналитические методы расчета общего времени выполнения множества неоднородных конкурирующих процессов являются основой для постановки и решения ряда важных практических задач по расчету оптимальной балансировки числа процессоров и каналов, оптимизации числа блоков счета и обмена, минимизации общего времени выполнения процессов и др.

Список использованных источников

1. Капитонова Ю. В., Летичевский А. А. Математическая теория проектирования вычислительных систем. – М.: Наука, 1988. – 296 с.
2. Коваленко Н. С., Павлов П. А. Математическое моделирование параллельных процессов. LAP Lambert Academic Publishing GmbH, Saarbrücken, Germany, 2011. – 246 с.
3. Коваленко Н. С., Павлов П. А. Модель сосредоточенной обработки неоднородных процессов в системах макроконвейерного типа / Н. С. Коваленко, П. А. Павлов // Вестник БГУ. Серия 1: Физика. Математика. Информатика. – 2013. – №3. – С. 93–99.