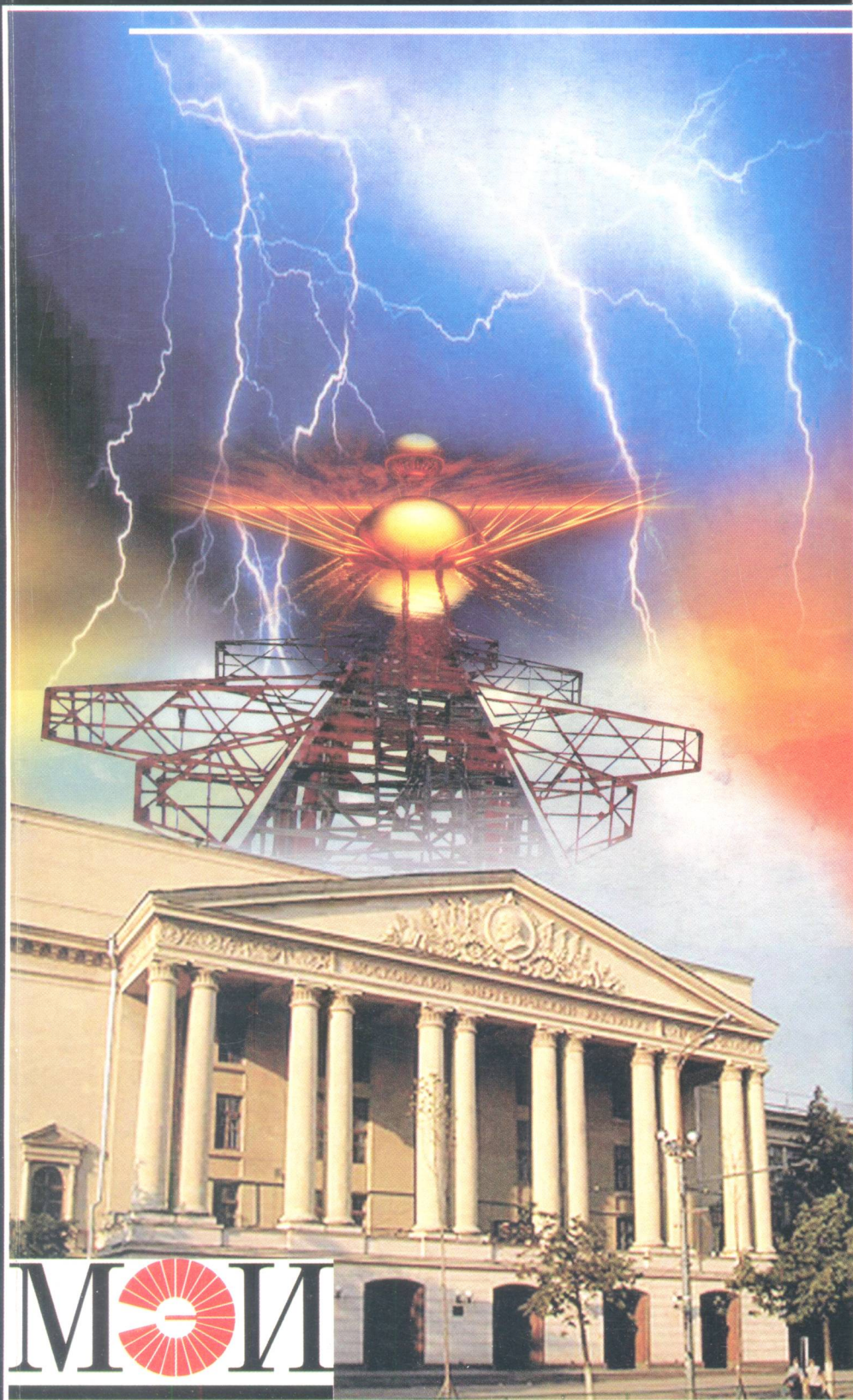


# ПРОГРАММНЫЕ ПРОДУКТЫ И СИСТЕМЫ

# 3 (91)

2010

ISSN 0236-235X



**МОСКОВСКОМУ  
ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМУ  
ИНСТИТУТУ  
(техническому  
университету)**

# 80

ЛЕТ



---

Научно-исследовательский институт  
«Центрпрограммсистем»

---

# **Программные продукты и системы**

НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЕ ИЗДАНИЕ

№ 3 (91), 2010

Главный редактор

**С.В. ЕМЕЛЬЯНОВ**, *академик РАН*

Тверь

## **ОПТИМАЛЬНОСТЬ СТРУКТУРИРОВАНИЯ ПРОГРАММНЫХ РЕСУРСОВ ПРИ КОНВЕЙЕРНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ОБРАБОТКЕ**

*П. А. Павлов, к. ф.-м. н.*

*(Полесский государственный университет, Беларусь, г. Пинск, pin2535@tut.by)*

Получены формулы и оценки минимального общего времени выполнения однородных распределенных конкурирующих процессов. Проведен сравнительный анализ режимов взаимодействия процессов, процессоров и блоков программного ресурса. Сформулированы и доказаны критерии эффективности и оптимальности структурирования программных ресурсов.

**Ключевые слова:** *распределенный процесс, программный ресурс, однородная система, асинхронный и синхронный режимы, структурирование, ограниченный (неограниченный) параллелизм, характеристический набор, эффективность, оптимальность.*

В различных областях человеческой деятельности постоянно приходится сталкиваться с большими задачами, эффективное решение которых связано с распараллеливанием процессов вычислений. Решение подобных задач объединяет в единое целое сведения из таких областей, как архитектура компьютеров и вычислительных систем, системное программирование и языки программирования, различные методы обработки ин-

формации и т.д. [1]. С появлением и активным использованием масштабируемых систем многие проблемы параллельных вычислений приходится переосмыслить, по-новому взглянуть на принципы организации вычислений, на создание эффективного аппаратного, алгоритмического и программного обеспечения *многопроцессорных систем* (МС), на обеспечение однозначности результата выполнения программ, на эффективное пла-

нирование и распределение параллельных процессов [2]. В связи с этим особую актуальность приобретают задачи построения и исследования математических моделей параллельных распределенных процессов, основанных на принципах распределения и конвейеризации.

**Математическая модель распределенной обработки конкурирующих процессов.** Для построения математических моделей распределенных вычислительных систем конструктивными элементами являются понятия процесса и программного ресурса.

Как и в [3], процесс рассмотрим как последовательность блоков (команд, процедур)  $Q_1, Q_2, \dots, Q_s$ , для выполнения которых используется множество процессоров (процессорных узлов, обрабатывающих устройств). При этом процесс называется *распределенным*, если все блоки или часть их обрабатываются разными процессорами. Для ускорения выполнения процессы могут обрабатываться параллельно, взаимодействуя путем обмена информацией. Такие процессы называются *кооперативными*, или *взаимодействующими*.

Понятие *ресурса* используется для обозначения любых объектов вычислительной системы, которые могут использоваться процессами для своего выполнения. *Ресурсы* (многokратно используемые) ресурсы характеризуются возможностью одновременного использования несколькими процессами. Для параллельных систем характерной является ситуация, когда одну и ту же последовательность блоков или ее часть процессорам необходимо выполнять многократно. Такую последовательность будем называть *программным ресурсом* (ПР), а множество соответствующих процессов – *конкурирующими*.

Математическая модель распределенной обработки конкурирующих процессов включает в себя  $p$  процессоров МС,  $n$  конкурирующих процессов,  $s$  блоков  $Q_1, Q_2, \dots, Q_s$  структурированного на блоки программного процесса, матрицу  $T_p = [t_{ij}]$  времен выполнения  $j$ -х блоков  $i$ -ми конкурирующими процессами [3–5]. Указанные параметры изменяются в пределах  $p \geq 2, n \geq 2, s \geq 2, 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq s$ . Будем предполагать, что все  $n$  процессов используют одну копию структурированного на блоки ПР, а на множестве блоков установлен линейный порядок их выполнения.

Введем в рассмотрение параметр  $\tau > 0$ , характеризующий время (системные расходы), затрачиваемое МС на организацию параллельного выполнения блоков программного ресурса множеством распределенных конкурирующих процессов. В дальнейшем будем говорить, что вышеперечисленные объекты математической модели образуют *систему* распределенных конкурирующих процессов.

**Определение 1.** Система  $n$  распределенных конкурирующих процессов называется *неодно-*

*родной*, если время выполнения блоков программного ресурса  $Q_1, Q_2, \dots, Q_s$  зависит от объема обрабатываемых данных и/или их структуры, то есть разное для разных процессов.

**Определение 2.** Система  $n$  распределенных конкурирующих процессов называется *однородной*, если время выполнения  $j$ -го блока каждым  $i$ -м процессом равно, то есть  $t_{ij} = t_j, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, s}$ .

Будем считать, что взаимодействие процессов, процессоров и блоков подчинено следующим условиям [3–5]:

1) ни один из блоков программного ресурса не может обрабатываться одновременно более чем одним процессором;

2) ни один из процессоров не может обрабатывать одновременно более одного блока;

3) обработка каждого блока осуществляется без прерываний;

4) распределение блоков программного ресурса по процессорам для каждого из процессов осуществляется циклически по правилу: блок с номером  $j = kp + i, j = \overline{1, s}, i = \overline{1, p}, k \geq 0$ , распределяется на процессор с номером  $i$ .

Кроме того, введем дополнительные условия, которые определяют режимы взаимодействия процессов, процессоров и блоков:

5) отсутствуют простои процессоров при условии готовности блоков, а также невыполнение блоков при наличии процессоров;

6) для каждого из  $n$  процессов момент завершения выполнения  $j$ -го блока на  $i$ -м процессоре совпадает с моментом начала выполнения следующего  $(j+1)$ -го блока на  $(i+1)$ -м процессоре,  $i = \overline{1, p-1}, j = \overline{1, s-1}$ ;

7) для каждого из блоков момент завершения его выполнения  $l$ -м процессом совпадает с моментом начала его выполнения  $(l+1)$ -м процессом на том же процессоре,  $l = \overline{1, n-1}$ .

Условия 1–5 определяют *асинхронный* режим взаимодействия процессоров, процессов и блоков, который предполагает отсутствие простоев процессоров при условии готовности блоков, а также невыполнение блоков при наличии процессоров.

Если к условиям 1–4 добавить условие 6, то получим *первый синхронный* режим, обеспечивающий непрерывное выполнение блоков программного ресурса внутри каждого из процессов.

*Второй синхронный* режим, определяемый условиями 1–4, 7, обеспечивает непрерывное выполнение каждого блока всеми процессами.

**Время реализации однородных систем распределенных конкурирующих процессов.** В работах [3, 4] исследованы базовые асинхронный и синхронные режимы, возникающие при организации распределенных процессов в условиях конкуренции за общий программный ресурс. В рамках этих режимов получены математические соотно-

шения для вычисления значений минимального общего времени выполнения неоднородных распределенных конкурирующих процессов в случаях неограниченного ( $s \leq p$ ) и ограниченного ( $s > p$ ) параллелизма по числу процессоров МС.

Рассмотрим однородную систему распределенных конкурирующих процессов. Пусть  $t_1^\tau, t_2^\tau, \dots, t_s^\tau$  – длительности выполнения каждого блока  $Q_j, j = \overline{1, s}$ , ПР с учетом параметра  $\tau > 0$ . При  $s \leq p$  для вычисления минимального общего времени в асинхронном режиме  $T_{po}^{ac}(p, n, s, \tau)$  и первом синхронном режиме  $T_{po}^1(p, n, s, \tau)$  будем иметь  $T_{po}^{ac(1)}(p, n, s, \tau) = \sum_{j=1}^s t_j^\tau + (n-1) \max_{1 \leq j \leq s} t_j^\tau$ .

Рассмотрим случай, когда  $s = kp, k > 1$ . Введем следующие обозначения:  $t_j^{\tau, l} = t_{(l-1)p+j}^\tau + \tau$  – время выполнения  $j$ -го блока  $l$ -й группы всеми  $n$  процессами,  $j = \overline{1, p}, l = \overline{1, k}$ ;  $T_l = \sum_{j=1}^p t_j^{\tau, l} + (n-1) \max_{1 \leq j \leq p} t_j^{\tau, l}$  – общее время выполнения  $l$ -й группы блоков всеми  $n$  процессами на  $p$  процессорах,  $l = \overline{1, k}$ ;  $E_l^j = \sum_{w=1}^j t_w^{\tau, l} + (n-1) \max_{1 \leq w \leq p} t_w^{\tau, l}$  – время завершения выполнения  $[(l-1)p+j]$ -го блока программного ресурса всеми  $n$  процессами на  $j$ -м процессоре,  $j = \overline{1, p}, l = \overline{1, k}$ .

Общее время выполнения  $n$  конкурирующих распределенных однородных процессов в случае  $s = kp, k > 1$ , определяется как сумма длин составляющих диаграмм Ганта с учетом максимально допустимого совмещения по оси времени, то есть

$$T_{po}^{ac(1)}(p, n, s = kp, \tau) = \sum_{l=1}^k T_l - \sum_{l=1}^{k-1} \min\{\phi_l', \phi_l''\}.$$

Здесь  $\phi_l'$  – отрезок возможного совмещения по оси времени, представляющий собой разность между моментом начала выполнения  $j$ -го блока первым процессом для  $(l+1)$ -й группы блоков и моментом завершения выполнения  $j$ -го блока последним процессом для  $l$ -й группы блоков;  $\phi_l''$  – разность между началом выполнения первого блока  $i$ -м процессом для  $(l+1)$ -й группы блоков и моментом завершения выполнения  $p$ -го блока  $i$ -м процессом для  $l$ -й группы блоков, которые вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} \phi_l' &= \min_{1 \leq j \leq p} \left[ T_l + \sum_{w=1}^{j-1} t_w^{\tau, l+1} - E_l^j \right] = \\ &= \min_{1 \leq j \leq p} \left[ \sum_{w=j+1}^p t_w^{\tau, l} + \sum_{w=1}^{j-1} t_w^{\tau, l+1} \right], \\ \phi_l'' &= (n-1) \min_{1 \leq j \leq p} \left[ \max_{1 \leq j \leq p} t_j^{\tau, l}, \max_{1 \leq j \leq p} t_j^{\tau, l+1} \right], \\ l &= \overline{1, k-1}. \end{aligned}$$

В случае  $s = kp + r, k \geq 1, 1 \leq r < p$ , минимальное общее время в рассматриваемых режимах определяется по формуле

$$T_{po}^{ac(1)}(p, n, s = kp + r, \tau) = \sum_{l=1}^k T_l + T_{k+1} - \sum_{l=1}^{k-1} \min\{\phi_l', \phi_l''\} - \min\{\phi_k', \phi_k''\},$$

где  $T_{k+1} = \sum_{j=1}^r t_j^{\tau, k+1} + (n-1) \max_{1 \leq j \leq r} t_j^{\tau, k+1}$  – время выполнения  $(k+1)$ -й группы  $r$  блоков всеми  $n$  процессами;  $\phi_k' = \min_{1 \leq j \leq r} \left[ \sum_{w=j+1}^p t_w^{\tau, k} + \sum_{w=1}^{j-1} t_w^{\tau, k+1} \right]$  – разность между моментом начала выполнения  $j$ -го блока первым процессом для  $(k+1)$ -й группы блоков и моментом завершения выполнения  $j$ -го блока последним процессом для  $k$ -й группы блоков;  $\phi_k'' = (n-1) \min \left[ \max_{1 \leq j \leq p} t_j^{\tau, l}, \max_{1 \leq j \leq r} t_j^{\tau, l+1} \right]$  – разность между началом выполнения первого блока  $i$ -м процессом для  $(k+1)$ -й группы блоков и моментом завершения выполнения  $p$ -го блока  $i$ -м процессом для  $k$ -й группы блоков.

Если взаимодействие процессов, процессоров и блоков осуществляется во втором синхронном режиме, при котором для каждого блока структурированного программного ресурса момент завершения его выполнения для  $i$ -го процесса совпадает с началом его выполнения для  $(i+1)$ -го процесса на том же процессоре,  $i = \overline{1, n-1}$ , то минимальное общее время  $T_{po}^2(p, n, s, \tau)$  выполнения  $n$  однородных процессов на  $p$  процессорах определяется по формулам

$$T_{po}^2(p, n, s, \tau) = \sum_{j=1}^s t_j^\tau + (n-1) \left[ t_s^\tau + \sum_{j=2}^s \max\{t_{j-1}^\tau - t_j^\tau, 0\} \right]$$

при  $s \leq p$ ,

$$T_{po}^2(p, n, s, \tau) \leq \begin{cases} \sum_{l=1}^k T_l - \sum_{l=1}^{k-1} \min\{\psi_l', \psi_l''\} \\ \text{при } s = kp, k > 1; \\ \sum_{l=1}^k T_l + T_{k+1} - \\ - \sum_{l=1}^{k-1} \min\{\psi_l', \psi_l''\} - \min\{\psi_k', \psi_k''\} \\ \text{при } s = kp + r, k \geq 1, 1 \leq r < p. \end{cases}$$

Значения  $T_l, \psi_l', \psi_l'', T_{k+1}, \psi_k', \psi_k''$  вычисляются по формулам

- $T_l = \sum_{j=1}^p t_j^{\tau, l} + (n-1) \left[ t_p^{\tau, l} + \sum_{j=2}^p \max\{t_{j-1}^{\tau, l} - t_j^{\tau, l}, 0\} \right]$  – общее время выполнения  $l$ -х  $p$  блоков программного ресурса всеми  $n$  процессами на  $p$  процессорах,  $l = \overline{1, k}$ ;
- $\psi_l'$  и  $\psi_l''$  – отрезки возможного совмещения двух последовательных диаграмм по оси времени:

$$\psi_l' = \min_{1 \leq j \leq p} \{T_l + E_j^{l+1} - n t_j^{\tau, l+1} - E_j^l\},$$

$$\psi_l'' = (n-1) \min \{t_1^{\tau, l+1}, t_p^l\}, \quad l = \overline{1, k-1},$$

$$E_j^l = \sum_{w=1}^j t_w^{\tau, l} + (n-1) \left[ t_j^{\tau, l} + \sum_{w=2}^j \max \{t_{w-1}^{\tau, l} - t_w^{\tau, l}, 0\} \right],$$

$j = \overline{1, p}, \quad l = \overline{1, k}$  – время завершения выполнения  $[(l-1)p+j]$ -го блока программного ресурса всеми  $n$  процессами на  $j$ -м процессоре;

- $T_{k+1} = \sum_{j=1}^r t_j^{\tau, k+1} + (n-1) \left[ t_r^{\tau, k+1} + \sum_{j=2}^r \max \{t_{j-1}^{\tau, k+1} - t_j^{\tau, k+1}, 0\} \right]$  – время выполнения  $(k+1)$ -х  $r$  блоков

для всех  $n$  процессоров;

- $\min \{\psi_k', \psi_k''\}$  – величина максимального совмещения по оси времени  $k$ -й и  $(k+1)$ -й диаграмм:

$$\psi_k' = \min_{1 \leq j \leq p} \{T_k + E_j^{k+1} - n t_j^{\tau, k+1} - E_j^k\},$$

$$\psi_k'' = (n-1) \min \{t_1^{\tau, k+1}, t_p^k\}.$$

**Анализ режимов организации распределенных конкурирующих процессов.** Определенный теоретический и практический интерес представляет задача сравнительного анализа соотношений для определения минимального общего времени выполнения множества распределенных конкурирующих процессов. Проведем такой анализ для класса однородных систем с учетом дополнительных системных расходов  $\tau > 0$ .

Рассмотрим однородную систему распределенных конкурирующих процессов с временем выполнения блоков структурированного на блоки программного процесса  $t_1^{\tau}, t_2^{\tau}, \dots, t_s^{\tau}$ . Обозначим через  $T_p^{\tau} = \sum_{j=1}^s t_j^{\tau}$  суммарное время выполнения программного ресурса каждым из процессов с учетом накладных (системных) расходов и назовем набор параметров  $(t_1^{\tau}, t_2^{\tau}, \dots, t_s^{\tau}, T_p^{\tau})$  данной системы *характеристическим*.

Пусть

$$\beta = \left\{ (t_1^{\tau}, t_2^{\tau}, \dots, t_n^{\tau}, T_p^{\tau}) \mid T_p^{\tau} = \sum_{j=1}^s t_j^{\tau}, t_j^{\tau} = t_j + \tau > 0 \quad j = \overline{1, s} \right\}$$

есть множество всех допустимых характеристических наборов систем однородных конкурирующих процессов. Выделим из множества  $\beta$  подмножество характеристических наборов вида

$$H(T_p^{\tau}) = \{(t_1^{\tau}, t_2^{\tau}, \dots, t_s^{\tau}, T_p^{\tau}) \in \beta \mid t_1^{\tau} \leq t_2^{\tau} \leq \dots \leq t_l^{\tau} \geq t_{l+1}^{\tau} \geq \dots \geq t_s^{\tau}, l = \overline{1, s}\}.$$

Тогда для введенного подмножества характеристических наборов справедлива *теорема 1*.

*Теорема 1.* Пусть  $\delta \in H(T_p^{\tau})$  – характеристический набор любой однородной системы с пара-

метрами  $p, n, s \geq 2$  и накладными расходами  $\tau > 0$ . Тогда в случае неограниченного параллелизма минимальное общее время  $T_{p_0}^{ac}, T_{p_0}^1$  и  $T_{p_0}^2$  выполнения множества однородных распределенных конкурирующих процессов в асинхронном и базовых синхронных режимах совпадают.

*Доказательство.* Пусть  $t_l^{\tau} = \max_{1 \leq j \leq s} t_j^{\tau}$ . Тогда для

асинхронного и первого синхронного режима с непрерывным переходом по блокам для любого характеристического допустимого набора однородной системы, в том числе и для любого характеристического набора  $\delta \in H(T_p^{\tau})$  при  $2 \leq s \leq p$ , имеют место равенства

$$T_{p_0}^{ac}(p, n, s, \tau) = T_{p_0}^1(p, n, s, \tau) = T_p^{\tau} + (n-1)t_l^{\tau},$$

где  $T_p^{\tau} = \sum_{j=1}^s t_j^{\tau}, \quad t_j^{\tau} = t_j + \tau, \quad j = \overline{1, s}.$

Пусть взаимодействие процессов, процессоров и блоков осуществляется во втором синхронном режиме с непрерывным переходом по процессам. В этом режиме для любого характеристического набора из множества  $\beta$  при  $2 \leq s \leq p$  выполняется равенство

$$T_{p_0}^2(p, n, s, \tau) = \sum_{j=1}^s t_j^{\tau} + (n-1) \left[ t_s^{\tau} + \sum_{j=2}^s \max \{t_{j-1}^{\tau} - t_j^{\tau}, 0\} \right].$$

Покажем, что для любого характеристического набора  $\delta \in H(T_p^{\tau})$  выполняется равенство

$$t_s^{\tau} + \sum_{j=2}^s \max \{t_{j-1}^{\tau} - t_j^{\tau}, 0\} = t_1^{\tau},$$

тем самым будет доказана теорема.

Учитывая, что  $t_l^{\tau} = \max_{1 \leq j \leq s} t_j^{\tau}$ , для всех номеров

$j \leq l$  имеет место равенство  $\sum_{j=2}^l \max \{t_{j-1}^{\tau} - t_j^{\tau}, 0\} = 0,$  а

для  $j > l$  имеет место  $\sum_{j=l+1}^s \max \{t_{j-1}^{\tau} - t_j^{\tau}, 0\} = t_l^{\tau} - t_s^{\tau}.$

Следовательно,  $t_s^{\tau} + \sum_{j=2}^s \max \{t_{j-1}^{\tau} - t_j^{\tau}, 0\} = t_s^{\tau} + t_l^{\tau} - t_s^{\tau} = t_l^{\tau}$ , что и требовалось доказать.

*Теорема 2.* Для любой однородной распределенной системы с параметрами  $p, n, s$  и накладными расходами  $\tau > 0$ , допустимый характеристический набор которой  $\delta \notin H(T_p^{\tau})$ , при  $2 \leq s \leq p$  выполняются соотношения

$$T_{p_0}^2(p, n, s, \tau) > T_{p_0}^{ac}(p, n, s, \tau) = T_{p_0}^1(p, n, s, \tau). \quad (2)$$

*Доказательство.* Условие теоремы 2 равно-

сильно неравенству  $t_s^{\tau} + \sum_{j=2}^s \max \{t_{j-1}^{\tau} - t_j^{\tau}, 0\} - \max_{1 \leq j \leq s} t_j^{\tau} > 0.$  Доказательство последнего прове-

дем индукцией по числу блоков  $s, s \geq 2.$

При  $s=2$  множество всех допустимых характеристических наборов однородных систем конку-

рирующих процессов  $\beta = (t_1^\tau, t_2^\tau)$  будет принадлежать классу  $H(T_p^\tau)$ .

При  $s=3$  справедливость неравенства (2) для  $\delta \in H(T_p^\tau)$  легко установить непосредственной проверкой.

Пусть неравенство (2) выполняется при  $s=i$ , то есть  $t_i^\tau + \sum_{j=2}^i \max\{t_{j-1}^\tau - t_j^\tau, 0\} - \max_{1 \leq j \leq i} t_j^\tau > 0$ . Покажем, что оно справедливо при  $s=i+1$ .

Действительно, при  $s=i+1$  имеем

$$t_{i+1}^\tau + \sum_{j=2}^{i+1} \max\{t_{j-1}^\tau - t_j^\tau, 0\} - \max_{1 \leq j \leq i+1} t_j^\tau = t_{i+1}^\tau + \sum_{j=2}^i \max\{t_{j-1}^\tau - t_j^\tau, 0\} + \max\{t_i^\tau - t_{i+1}^\tau, 0\} - \max_{1 \leq j \leq i+1} t_j^\tau.$$

Рассмотрим два случая.

1) Максимальное значение  $t_j^\tau$ ,  $1 \leq j \leq i+1$ , равно  $t_{i+1}^\tau$ , тогда  $t_{i+1}^\tau + \sum_{j=2}^i \max\{t_{j-1}^\tau - t_j^\tau, 0\} + \max\{t_i^\tau - t_{i+1}^\tau, 0\} - t_{i+1}^\tau = \sum_{j=2}^i \max\{t_{j-1}^\tau - t_j^\tau, 0\} + \max\{t_i^\tau - t_{i+1}^\tau, 0\} > 0$ .

Здесь второе слагаемое равно нулю, так как  $t_{i+1}^\tau \geq t_i^\tau$ , а первое слагаемое больше нуля, в противном случае  $\delta \in H(T_p^\tau)$ , что противоречит условию теоремы 2.

2) Значение  $\max_{1 \leq j \leq i+1} t_j^\tau$  находится в промежутке  $1 \leq j \leq i$ . В этом случае имеем:  $t_{i+1}^\tau + \sum_{j=2}^i \max\{t_{j-1}^\tau - t_j^\tau, 0\} + \max\{t_i^\tau - t_{i+1}^\tau, 0\} - \max_{1 \leq j \leq i+1} t_j^\tau = t_{i+1}^\tau - t_i^\tau + t_i^\tau + \sum_{j=2}^i \max\{t_{j-1}^\tau - t_j^\tau, 0\} - \max_{1 \leq j \leq i+1} t_j^\tau + \max\{t_i^\tau - t_{i+1}^\tau, 0\}$ .

Здесь  $t_i^\tau + \sum_{j=2}^i \max\{t_{j-1}^\tau - t_j^\tau, 0\} - \max_{1 \leq j \leq i+1} t_j^\tau > 0$  по индукционному предположению и в силу того, что  $\max_{1 \leq j \leq i+1} t_j^\tau = \max_{1 \leq j \leq i} t_j^\tau$ . Покажем, что  $t_{i+1}^\tau - t_i^\tau + \max\{t_i^\tau - t_{i+1}^\tau, 0\} \geq 0$ . Действительно, для  $t_i^\tau = t_{i+1}^\tau$  равенство нулю очевидно.

При  $t_i^\tau > t_{i+1}^\tau$  получаем  $t_{i+1}^\tau - t_i^\tau + \max\{t_i^\tau - t_{i+1}^\tau, 0\} = t_{i+1}^\tau - t_i^\tau + t_i^\tau - t_{i+1}^\tau = 0$ , а при  $t_i^\tau < t_{i+1}^\tau$  имеем  $t_{i+1}^\tau - t_i^\tau + \max\{t_i^\tau - t_{i+1}^\tau, 0\} = t_{i+1}^\tau - t_i^\tau > 0$ , что и требовалось доказать.

**Эффективность систем однородных конкурирующих процессов в условиях неограниченного параллелизма.** Введем следующее определение, которое выделяет в классе однородных систем конкурирующих процессов специальный подкласс так называемых *равномерных* систем.

*Определение 3.* Однородную распределенную систему конкурирующих процессов назовем *рав-*

*номерной*, если выполняется цепочка равенств  $t_1^\tau = t_2^\tau = \dots = t_s^\tau = t^\tau$ .

В теореме 1 доказано, что для однородных систем конкурирующих процессов минимальное общее время с учетом накладных расходов  $\tau > 0$  для всех трех базовых режимов, указанных ранее, в случае  $s \leq p$  вычисляется по формуле

$$T_{p,0}^{ac,1,2}(p, n, s, \tau) = T_p^\tau + (n-1)t_{\max}^\tau, \quad (3)$$

где  $T_p^\tau = \sum_{j=1}^s t_j^\tau$ ,  $t_j^\tau = t_j + \tau$ ,  $j = \overline{1, s}$ ,  $t_{\max}^\tau = \max_{1 \leq j \leq s} t_j^\tau$ .

В случае равномерной однородной системы конкурирующих процессов минимальное общее время их выполнения определяется равенством

$$\bar{T}(p, n, s, \tau) = (n+s-1)t^\tau, \quad (4)$$

где  $t^\tau = T^s/s + \tau$ ,  $T^s = st$ .

*Определение 4.* Однородную систему распределенных конкурирующих процессов будем называть *эффективной* при фиксированных  $p, n \geq 2$ , если выполняется соотношение  $\Delta_\tau(s) = nT^s - \bar{T}(p, n, s, \tau) \geq 0$ , где  $nT^s$  – время выполнения  $n$  процессов в последовательном режиме;  $T^s = \sum_{j=1}^s t_j$ .

При наличии двух эффективных однородных систем конкурирующих процессов будем считать, что первая более эффективна, чем вторая, если величина  $\Delta_\tau(s)$  первой системы не меньше соответствующей величины второй. Для введенного подмножества однородных систем справедливо следующее утверждение.

*Теорема 3.* Для любой эффективной однородной системы конкурирующих процессов при  $s \leq p$  и  $\tau > 0$  существует более эффективная равномерная однородная распределенная система.

*Доказательство.* Рассмотрим любую эффективную однородную распределенную конвейерную систему. Согласно определению 4 условие ее эффективности с учетом (3) записывается в виде следующего неравенства:

$$\Delta_\tau(s \leq p) = (n-1)(T^s - t_{\max}^\tau) - (n+s-1)\tau \geq 0, \quad (5)$$

где  $T^s = \sum_{j=1}^s t_j$ ,  $t_{\max}^\tau = \max_{1 \leq j \leq s} t_j$ .

Для любой равномерной однородной распределенной системы с учетом (4) имеем, что

$$\bar{\Delta}_\tau(s \leq p) = (n-1)(T^s - t) - (n+s-1)\tau \geq 0, \quad (6)$$

где  $t = T^s/s$ .

Чтобы убедиться в справедливости теоремы 3, достаточно доказать выполнение неравенства  $\bar{\Delta}_\tau \geq \Delta_\tau$  для введенных эффективных систем. Подставив в левую и правую части последнего неравенства из (5) и (6) вместо  $\bar{\Delta}_\tau(s \leq p)$  и  $\Delta_\tau(s \leq p)$  соответствующие величины и проведя несложные преобразования, приходим к равносильному неравенству  $T^s - t_{\max}^\tau \leq (s-1)t$ .

Докажем справедливость последнего неравенства. Рассмотрим равномерную однородную распределенную систему, в которой  $t = \max_{1 \leq j \leq s} t_j = t_{\max}^s$ .

Пусть для определенности  $t_{\max}^s = t_l$ , тогда справедлива цепочка соотношений

$$T^s - t_{\max}^s = \sum_{j=1}^{l-1} t_j + \sum_{j=l+1}^s t_j \leq (s-1)t_{\max}^s = (s-1)t,$$

что и доказывает теорему.

Следующее утверждение устанавливает достаточное условие эффективности однородной системы в случае неограниченного параллелизма.

**Теорема 4.** Однородная система конкурирующих процессов с параметрами  $p, n, s, \tau$ , удовлетворяющая соотношениям  $3 \leq s \leq p, s = n \neq 3, ns \geq 2(n+s-1)$  и  $0 < \tau \leq \min_{1 \leq j \leq s} t_j$ , является эффективной.

*Доказательство.* Согласно (5) условие эффективности равносильно неравенству

$$\frac{T^s - t_{\max}^s}{\tau} \geq \frac{n+s-1}{n-1}. \quad (7)$$

Следовательно, для доказательства теоремы 4 достаточно убедиться в справедливости неравенства (7). Непосредственная проверка показывает, что следствием соотношений  $0 < \tau \leq \min_{1 \leq j \leq s} t_j = t_{\min}^s$

является цепочка неравенств

$$\frac{T^s - t_{\max}^s}{\tau} \geq \frac{(s-1)t_{\min}^s}{\tau} \geq s-1, \quad (8)$$

так как в силу выбора  $\tau$  выполняется неравенство  $t_{\min}^s / \tau \geq 1$ .

Из  $ns \geq 2(n+s-1)$  следует справедливость неравенства

$$s-1 \geq \frac{n+s-1}{n-1}. \quad (9)$$

Проверка показывает, что неравенство (7) является следствием неравенств (8) и (9). Таким образом, теорема 4 доказана.

Сформулируем и докажем критерий существования эффективной однородной системы распределенных конкурирующих процессов при достаточном числе процессоров в зависимости от величины накладных расходов  $\tau$ .

**Теорема 5.** Для существования эффективного структурирования программного ресурса при заданных параметрах  $3 \leq s \leq p, T^s, \tau > 0$  необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие условия:

$$\tau \leq \begin{cases} \varphi(1 + \sqrt{n}), & \text{если } \sqrt{n} \text{ — целое,} \\ \max\{\varphi(1 + [\sqrt{n}]), \varphi(2 + [\sqrt{n}])\}, & \\ \text{если } \sqrt{n} \text{ — не целое,} \end{cases} \quad (10)$$

где  $\varphi(x) = \frac{(n-1)T^n(x-1)}{x(n+x-1)}$ ,  $[x]$  — наибольшее целое, не превосходящее  $x$ .

*Доказательство.* Согласно (6) условие эффективности любой однородной распределенной системы конкурирующих процессов равносильно неравенству

$$\varepsilon \leq \frac{(n-1)T^s(s-1)}{s(n+s-1)}. \quad (11)$$

Введем в рассмотрение функцию

$$\varphi(x) = \frac{(n-1)T^s(x-1)}{x(n+x-1)}.$$

Нетрудно проверить, что она достигает своего максимума в точке  $x = 1 + \sqrt{n}$  при  $x > 0$ . Выбрав в качестве эффективного структурирование на  $s$  блоков, при котором  $s = x = 1 + \sqrt{n}$ , если  $\sqrt{n}$  — целое, или  $s = x \in \{1 + [\sqrt{n}], 2 + [\sqrt{n}]\}$ , если  $\sqrt{n}$  — не целое, докажем необходимость.

Достаточность следует из (11), поскольку  $\varphi(x)$  достигает наибольшего значения при  $x = 1 + \sqrt{n}$ , если  $\sqrt{n}$  — целое, или  $x \in \{1 + [\sqrt{n}], 2 + [\sqrt{n}]\}$ , если  $\sqrt{n}$  — не целое.

*Замечание.* При  $p=s=2$  структурирование программного ресурса будет эффективным, если выполняется  $\frac{\tau}{T^s} = \frac{n-1}{2(n-1)}$ .

**Оптимальность одинаково распределенных систем конкурирующих процессов.**

**Определение 5.** Эффективная одинаково распределенная система называется *оптимальной*, если величина  $\Delta_\varepsilon$  достигает наибольшего значения.

Ранее показано, что оптимальную однородную распределенную систему достаточно искать среди эффективных однородных распределенных систем. Более того, в силу теоремы 3 оптимальную однородную распределенную систему следует искать среди равномерных однородных распределенных систем. Тогда с учетом (6) имеем

$$\bar{\Delta}_\tau(s) = (n-1)T^s(1-1/s) - (n+s-1)\tau.$$

Введем функцию действительного аргумента  $x$  вида

$$\bar{\Delta}_\tau(x) = (n-1)T^s \left(1 - \frac{1}{x}\right) - (x+s-1)\tau, \quad x \geq 1.$$

Решение задачи об оптимальности равномерного структурирования программного ресурса на  $s$  блоков для достаточного числа процессоров для всех трех базовых режимов следует из теоремы 6.

**Теорема 6.** Для того чтобы эффективное структурирование программного ресурса на  $s$  блоков при  $s \leq p$  было оптимальным при заданных  $s \geq 2, T^s, \tau > 0$ , необходимо и достаточно, чтобы оно было равномерным и число блоков  $s_0$  равнялось одному из чисел

$$\left[ \left\lfloor \sqrt{\frac{(n-1)T^s}{\tau}} \right\rfloor, \left\lfloor \sqrt{\frac{(n-1)T^s}{\tau}} \right\rfloor + 1 \right] \cap [2, p],$$



в котором функция  $\bar{\Delta}_\tau(x)$  достигает наибольшего значения. Здесь  $[x]$  означает наибольшее целое, не превосходящее  $x$ .

*Доказательство.*

*Необходимость.* Рассмотрим введенную функцию

$$\bar{\Delta}_\tau(x) = (n-1)\Gamma^s \left(1 - \frac{1}{x}\right) - (x+s-1)\tau, \quad x \geq 1.$$

Согласно определению 5 однородная распределенная система будет оптимальной в той точке  $x$ , где функция  $\bar{\Delta}_\tau(x)$  достигает своего наибольшего значения. Покажем, что функция  $\bar{\Delta}_\tau(x)$  достигает своего наибольшего значения в точке

$$x = \sqrt{\frac{(n-1)\Gamma^s}{\tau}}. \text{ Действительно, } \bar{\Delta}'_\tau(x) = \frac{(n-1)\Gamma^s}{x^2} - \tau, \quad \bar{\Delta}''_\tau(x) = -\frac{2\Gamma^s(n-1)}{x^3} < 0, \text{ так как } n \geq 2, x > 0.$$

Следовательно, функция  $\bar{\Delta}_\tau(x)$  достигает максимума в точке, где первая ее производная обращается в нуль  $\bar{\Delta}'_\tau(x) = 0$ , то есть

$$x^* = \sqrt{\frac{(n-1)\Gamma^s}{\tau}}.$$

Целочисленными точками, в которых достигается наибольшее значение функции  $\bar{\Delta}_\tau(x)$ , будут  $s_0 = [x^*]$  или  $s_0 = [x^*] + 1$ . Следовательно, в качестве  $S_0$  можно выбрать одно из чисел

$$\left\lceil \sqrt{\frac{(n-1)\Gamma^s}{\tau}} \right\rceil, \left\lceil \sqrt{\frac{(n-1)\Gamma^s}{\tau}} \right\rceil + 1, \text{ в которых функ-}$$

ция  $\bar{\Delta}_\tau(x)$  принимает наибольшее значение.

Если же окажется, что ни одна из точек

$$\left\lceil \sqrt{\frac{(n-1)\Gamma^s}{\tau}} \right\rceil, \left\lceil \sqrt{\frac{(n-1)\Gamma^s}{\tau}} \right\rceil + 1, \text{ в которых функ-}$$

ция  $\bar{\Delta}_\tau(x)$  принимает наибольшее значение, не принадлежит  $[2, p]$ , то в качестве оптимального структурирования по числу блоков выбираем  $s_0 = p$ .

В силу отрицательности второй производной исследуемая функция выпукла. Следовательно, точка максимума всегда существует, а значит, существует и эффективная однородная распределенная система конкурирующих процессов в случае, когда  $s \rightarrow \infty$ .

*Достаточность* следует из свойств выпуклости функции  $\bar{\Delta}_\tau(x)$  при  $s \leq p$  на отрезке  $[2, p]$ .

Обобщая, отметим, что полученные критерии эффективности и оптимальности структурирования программных ресурсов могут использоваться при проектировании системного и прикладного программного обеспечения МС и вычислительных комплексов. Полученные формулы также служат основой для решения задач оптимизации числа процессоров при заданных объемах вычислений и (или) директивных сроках реализации процессов, исследования всевозможных смешанных режимов организации выполнения параллельных процессов при распределенной обработке, в том числе с учетом ограниченного числа копий структурированного программного ресурса и прочего.

### Литература

1. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. СПб: БХВ-Петербург, 2002. 608 с.
2. Топорков В.В. Модели распределенных вычислений. М.: Физматлит, 2004. 320 с.
3. Иванников В.П., Коваленко Н.С., Метельский В.М. О минимальном времени реализации распределенных конкурирующих процессов в синхронных режимах // Программирование. 2000. № 5. С. 44–52.
4. Kapitonova Yu. V., Kovalenko N.S., Pavlov P. A. Optimality of systems of identically distributed competing processes // Cybernetics and Systems Analysis. New York: Springer, 2006, pp. 793–799.
5. Павлов П.А. Анализ режимов организации одинаково распределенных конкурирующих процессов // Вест. БГУ. Сер. 1: Физматинформ. 2006. № 1. С. 116–120.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Вагин В.Н., Еремеев А.П., Дзегеленок И.И., Колосов О.С., Фролов А.Б.</b> Становление и развитие научной школы искусственного интеллекта в Московском энергетическом институте .....	3
<b>Кутепов В.П., Фальк В.Н.</b> Формы, языки представления, критерии и параметры сложности параллелизма .....	16
<b>Бояринов Ю.Г., Борисов В.В., Мищенко В.И., Дли М.И.</b> Метод построения нечеткой полумарковской модели функционирования сложной системы .....	26
<b>Караткевич С.Г., Литвинцева Л.В., Тятюшкина О.Ю., Григорьев П.Н.</b> Программный инструментарий проектирования баз знаний для интеллектуального управления .....	31
<b>Бухтояров В.В., Семенкин Е.С.</b> Разработка и исследование гибридного метода генетического программирования .....	34
<b>Новиков С.В.</b> Расширение базы знаний с учетом доверия к новому знанию .....	39
<b>Николайчук О.А., Павлов А.И., Юрин А.Ю.</b> Компонентный подход: модуль продукционной экспертной системы .....	41
<b>Виноградов Г.П.</b> Моделирование принятия решений интеллектуальным агентом .....	45
<b>Бурдо Г.Б.</b> Интеллектуальные средства проектирования технологических процессов .....	51
<b>Бондаренко А.В., Визильтер Ю.В., Силаев Н.Ж., Клышинский Э.С.</b> Нечеткий поиск именных групп с использованием лк-представлений .....	54
<b>Ракчеева Т.А.</b> Алгоритмическое решение задачи фокусной аппроксимации замкнутых кривых на вещественной плоскости .....	59
<b>Решетников В.Н.</b> Интернет-технологии в электронном образовании .....	65
<b>Рукшин С.Е.</b> Основы конструирования систем проведения дистанционных научных соревнований .....	69
<b>Тихомиров В.А., Козырев Т.И., Тимофеев С.Г.</b> Построение схемного решения по алгоритмическому представлению вычислительного процесса .....	72
<b>Павлов П.А.</b> Оптимальность структурирования программных ресурсов при конвейерной распределенной обработке .....	76
<b>Чередниченко А.В.</b> Технология создания адаптируемых систем обработки информации .....	82
<b>Швецов А.Н., Летовальцев В.И.</b> Программная формализация естественного языка средствами интенциональной логики .....	85
<b>Тимченко М.С., Прохоров С.А.</b> Преимущества объектной обработки текста в создании электронных учебных пособий .....	90
<b>Карнаухов В.М.</b> Компьютерная программа генерации контрольных работ на базе системы LaTeX .....	93

<b>Бутенко Д.В., Богучаров К.Н., Байбаков М.М.</b> Концептуальное проектирование функций обучающих систем в области автомобильного транспорта .....	96
<b>Припадчев А.Д.</b> Моделирование парка воздушных судов методом линейного программирования .....	98
<b>Андреев М.В., Иващенко А.В., Скобелев П.О., Кривенок С.А.</b> Мультиагентная система распределения производственных ресурсов в тяжелом машиностроении .....	100
<b>Гаджиев Б.Р., Гибина Е.Ю., Прогулова Т.Б.</b> Растущие сети с комбинированными механизмами роста .....	104
<b>Разиньков П.И., Елкин С.В.</b> Применение модели управления основными фондами предприятия в среде Global-EAM .....	109
<b>Швыдкий В.С., Собянин С.Е.</b> Разработка численной схемы стекловаренной печи .....	111
<b>Рахматуллин Р.Р., Сердюк А.И., Гаврюшина Е.В.</b> Программа расчета пропускной способности гибких производственных ячеек .....	116
<b>Бильфельд Н.В.</b> Программа исследования динамики систем управления .....	118
<b>Галатенко В.А.</b> Анализ архитектурных аспектов информационной безопасности ГРИД-систем .....	120
<b>Фартышев Д.А.</b> Разработка многоагентного ПК ИНТЭК-М для исследований проблемы энергетической безопасности .....	126
<b>Киселева Ю.Е.</b> Автоматическая сегментация запросов интернет-магазинов .....	129
<b>Матвеев Ю.Н., Палюх Б.Н.</b> Алгоритм оперативного управления ликвидацией чрезвычайной ситуации на объектах уничтожения химического оружия .....	131
<b>Абу-Абед Ф.Н., Допира Р.В.</b> Применение средств моделирования нейросетей для анализа предаварийных ситуаций на буровых .....	136
<b>Шилова Н.А.</b> Алгоритм для оптимального управления ростом биомассы водорослей .....	139
<b>Кулиев Р.А.</b> Программный комплекс алгоритмов прогноза и повышения нефтеотдачи пласта .....	141
<b>Пальянов А.Ю., Черемушкин Е.С., Штокало Д.Н., Нечкин С.С., Хейдарян М., Лоренс Дж.</b> Структурный анализ состава РНК-последовательностей, связывающихся с белком HuR .....	144
<b>Зинякин Р.С., Филатова Н.Н.</b> Автоматизированная система построения физических моделей на основе лингвистических описаний прецедентов .....	146
<b>Гофман М.В.</b> Построение кодовых слов пространственно-частотно-временных кодов .....	149
<b>Аверкин В.Н., Самоха В.А., Путинцев А.Г.</b> Методика военно-экономической оценки вариантов разработки наземных радиолокационных станций .....	151
<b>Summary</b> .....	154

**© ПРОГРАММНЫЕ ПРОДУКТЫ И СИСТЕМЫ**

Международное научно-практическое приложение к международному журналу "ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ УПРАВЛЕНИЯ"

**SOFTWARE & SYSTEMS**

Главный редактор  
С.В. ЕМЕЛЬЯНОВ, академик РАН

Научные редакторы номера:  
А.П. ЕРЕМЕЕВ, доктор технических наук  
Н.А. СЕМЕНОВ, доктор технических наук

Издается МНИИПУ, Главной редакцией международного журнала и НИИ "Центрпрограммсистем"

Журнал зарегистрирован в Комитете Российской Федерации по печати 26 июня 1995 г.

Регистрационное свидетельство № 013831

Подписной индекс в каталоге Агентства "Роспечать" **70799**  
**ISSN 0236-235X**

**МЕЖДУНАРОДНАЯ РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ**

**Куприянов В.П.** – д.э.н., профессор, генеральный директор НИИ «Центрпрограммсистем», первый заместитель главного редактора (г. Тверь)

**Семенов Н.А.** – д.т.н., профессор Тверского государственного технического университета, заместитель главного редактора (г. Тверь)

**Решетников В.Н.** – д.ф.-м.н., профессор Российского государственного технологического университета им. К.Э. Циолковского, заместитель главного редактора (г. Москва)

**Арефьев И.Б.** – д.т.н., профессор Морской академии Польши (Польша, г. Щецин)

**Боянов Борис** – академик Болгарской Академии наук (Болгария, г. София)

**Вагин В.Н.** – д.т.н., профессор Московского энергетического института (технического университета) (г. Москва)

**Валькман Ю.Р.** – д.т.н., Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины (Украина, г. Киев)

**Голенков В.В.** – д.т.н., профессор Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники (Беларусь, г. Минск)

**Еремеев А.П.** – д.т.н., профессор Московского энергетического института (технического университета) (г. Москва)

**Курейчик В.М.** – д.т.н., профессор Технологического института Южного федерального университета (г. Таганрог)

**Лисецкий Ю.М.** – к.т.н., генеральный директор фирмы S&T (Украина, г. Киев)

**Нгуен Тхань Нгуи** – д.ф.-м.н., профессор, проректор Ханойского открытого университета (Вьетнам, г. Ханой)

**Осипов Г.С.** – д.ф.-м.н., профессор, заместитель директора Института системного анализа РАН (г. Москва)

**Палюх Б.В.** – д.т.н., профессор Тверского государственного технического университета (г. Тверь)

**Попков В.К.** – д.ф.-м.н., профессор, академик МАИ (г. Новосибирск)

**Поспелов Д.А.** – д.т.н., профессор, академик РАЕН (г. Москва)

**Сотников А.Н.** – д.ф.-м.н., профессор, Международный суперкомпьютерный центр РАН (г. Москва)

**Сулейманов Д.Ш.** – д.т.н., академик АН Республики Татарстан, профессор Казанского государственного технического университета (Россия, Республика Татарстан, г. Казань)

**Тарасов В.Б.** – к.т.н., Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (г. Москва)

**Федотов Александр** – д.филол.н., профессор Софийского университета им. Св. Климента Охридского (Болгария, г. София)

**Шейнман Арнольд** – к.т.н., корпорация «Motorola» (США, г. Чикаго)

**Язенин А.В.** – д.ф.-м.н., профессор Тверского государственного университета (г. Тверь)

**АССОЦИИРОВАННЫЕ ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИИ**

**Московский энергетический институт (технический университет)**

**Технологический институт Южного федерального университета в г. Таганроге**

**Тверской государственный технический университет**

**Научно-исследовательский институт «Центрпрограммсистем», г. Тверь**

**АДРЕС РЕДАКЦИИ**

Россия, 170024, г. Тверь,  
пр. 50 лет Октября, 3а  
Телефон (482-2) 39-91-49  
Факс (482-2) 39-91-00

E-mail: RED@CPS.TVER.RU

WWW.SWSYS.RU

Подписано в печать 24.08.2010 г.  
Отпечатано в типографии НТП «Фактор»  
Россия, 170000, г. Тверь, а/я 0605  
Заказ № 252

Выпускается один раз в квартал  
Год издания двадцать третий  
Формат 60x84 1/8  
Тираж 1000 экз.  
Объем 160 стр.  
Цена 150 руб.

Авторские гонорары не выплачиваются.  
При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.