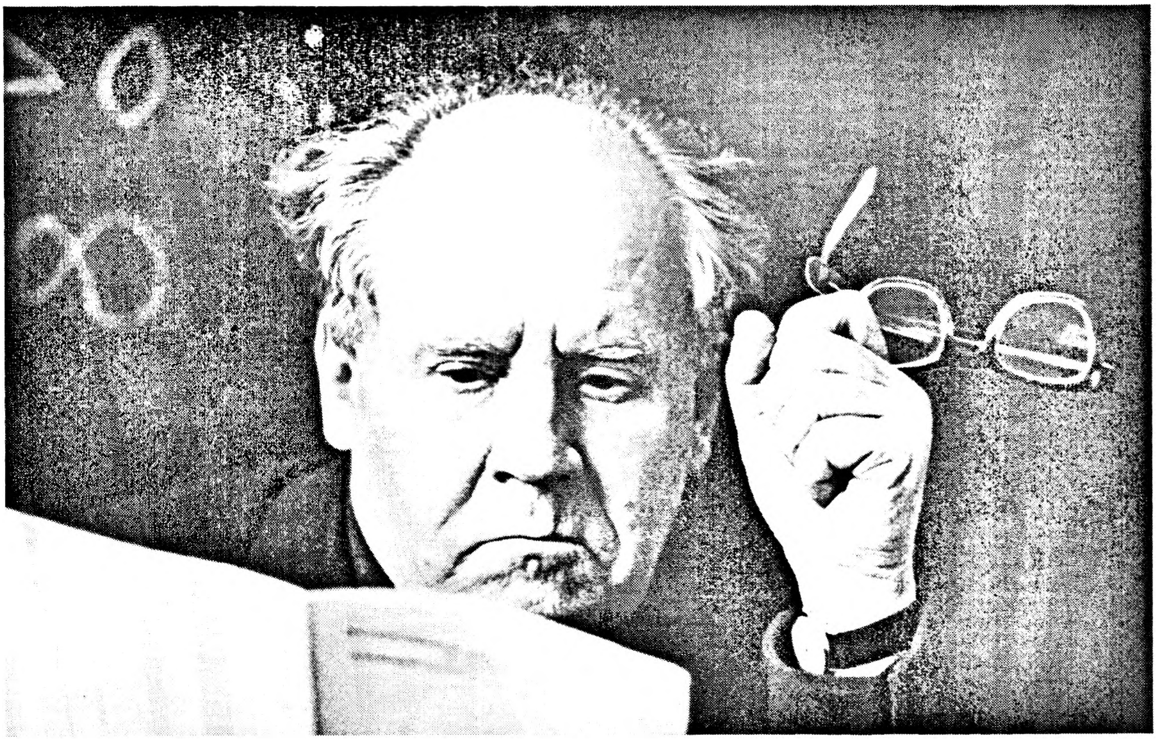
ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ»

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

XII Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям

(ЕРУГИНСКИЕ ЧТЕНИЯ–2007)

Тезисы докладов



К 100-летию со дня рождения
Заслуженного деятеля науки БССР,
Героя Социалистического Труда, академика АН БССР

НИКОЛАЯ ПАВЛОВИЧА ЕРУГИНА

(14.05.1907 – 12.02.1990)

МИНСК 2007

ОТРАЖАЮЩАЯ ФУНКЦИЯ И ПРОСТЫЕ СИСТЕМЫ

Э. В. Мусафиров (Пинск, Беларусь)

Рассмотрим систему
$$\dot{x} = X(t,x), \quad t \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}^n, \tag{1}$$
с непрерывно дифференцируемой $X(t,x)$ и общим решением $\varphi(t;t_0,x_0)$. Отражающая функция (ОФ) системы (1) определяется [1, с. 11] как $F(t,x) := \varphi(-t;t,x)$. Если (1) 2ω-периодична по t, и F — ее ОФ, то $F(-\omega,x) = \varphi(\omega;-\omega,x)$ — отображение за период $[-\omega,\omega]$ этой системы. $F(t,x)$ есть ОФ системы (1) тогда и только тогда, когда F является решением системы $F_t + F_x X(t,x) + X(-t,F) = 0$ и $F(0,x) \equiv x$. Непрерывно дифференцируемая F, удовлетворяющая условиям $F(-t,F(t,x)) \equiv F(0,x) \equiv x$, является ОФ класса систем вида
$$\dot{x} = -(F_x + E)^{-1}F_t + F_x^{-1}S(t,x) - S(-t,F), \tag{2}$$

где E — единичная $n \times n$-матрица, а S — произвольная вектор-функция, при которой решения системы (2) однозначно определяются своими начальными условиями. Поэтому все системы вида (1) разбиваются на классы эквивалентности вида (2) таким образом, что каждый класс характеризуется некоторой ОФ, называемой ОФ класса. Для всех систем из одного класса оператор сдвига на промежутке $[-\omega, \omega]$ один и тот же. Поэтому все эквивалентные 2ω-периодические системы имеют одно и то же отображение за период.

Иногда можно построить систему, эквивалентную данной, даже не зная ОФ. Например, если система (1) эквивалентна некоторой стационарной системе, то эта система совпадает с системой $\dot{x} = X(0, x)$. В классах без стационарных систем роль стационарной системы выполняет *простая система* (см. [2])

$$\dot{x} = -\frac{1}{2}\frac{\partial F}{\partial x}(-t, F(t,x))\,\frac{\partial F(t,x)}{\partial t} \equiv -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial F(t,x)}{\partial x}\right)^{-1}\frac{\partial F(t,x)}{\partial t},$$

где $F(t,x)$ — ОФ этой системы.

Таким образом, любая стационарная система проста, однако среди простых есть и нестационарные. Для того чтобы находить простую систему, эквивалентную данной, не зная ОФ, что позволяет сравнивать операторы сдвига этих систем, необходимо научиться отличать простые системы от других.

В докладе обсуждаются полученные условия простоты дифференциальных систем, а также свойства простых систем (см. также [3–5]).

Литература

1. Мироненко В. И. *Отражающая функция и периодические решения дифференциальных уравнений.* Мн., 1986.
2. Мироненко В. И. // Дифференц. уравнения, 1989. Т. 25, № 12. С. 2109–2114.
3. Мусафиров Э. В. // Дифференц. уравнения, 2002. Т. 38, № 4. С. 570–572.
4. Мусафиров Э. В. // Вестн. фонда фундаментальных исследований, 2006. № 4. С. 75–84.
5. Musafirov E. V. // J. of Math. Anal. and Appl. 2007. Vol. 329, pp. 647–654.