



**Международная научная конференция
«XI Белорусская математическая конференция»**

Тезисы докладов

Часть 2

**4 – 9 ноября 2012 года
Минск, Беларусь**

ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ»
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Международная научная конференция
«XI Белорусская математическая конференция»

Тезисы докладов

Часть 2

Обыкновенные дифференциальные уравнения
Уравнения с частными производными
Оптимизация и теория управления

МИНСК 2012

УДК 51
ББК 22.1
О42

Редакторы:

С. Г. Красовский, В. В. Лепин

XI Белорусская математическая конференция: Тез. докл. Междунар. науч. О 42 конф. Минск, 5–9 ноября 2012 г. — Часть 2. — Мн.: Институт математики НАН Беларуси, 2012. — 132 с.

ISBN 987-985-6499-74-9 (Часть 2)

ISBN 978-985-6499-72-5

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на XI Белорусской математической конференции по следующим направлениям: обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения с частными производными, оптимизация и теория управления.

ISBN 987-985-6499-74-9 (Часть 2)
ISBN 978-985-6499-72-5

© Коллектив авторов, 2012
© Институт математики НАН Беларуси, 2012

О ВОЗМУЩЕНИЯХ СИСТЕМЫ ЛОТКИ — ВОЛЬТЕРРА С ЛОГИСТИЧЕСКОЙ ПОПРАВКОЙ В ОДНОМ СЛУЧАЕ

Э.В. Мусафиров

Полесский государственный университет
Днепровской флотилии 23, 225710, Пинск, Беларусь
musafirov@bk.ru

Системы дифференциальных уравнений часто используются при моделировании процессов реального мира. Однако, как правило, эти системы не интегрируются в конечном виде, что приводит к необходимости изучать свойства решений по виду самих систем. Для этого можно использовать отражающую функцию (ОФ) Мироненко В.И. (см. [1, 2]), знание которой позволяет, в частности, решить вопросы существования и устойчивости периодических решений. Несмотря на то, что ОФ определяется через общее решение системы, иногда можно построить систему, эквивалентную (в смысле совпадения ОФ) данной, даже не зная ОФ. Что позволяет изучение более «сложной» системы свести к изучению более «простой».

С помощью работы [3] найдены допустимые возмущения (не меняющие ОФ) вида

$$\Delta = \left(\sum_{i+j=0}^3 k_{ij} x^i y^j, \sum_{i+j=0}^3 l_{ij} x^i y^j \right)^\top,$$

где $k_{ij}, l_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j = \overline{0, 3}$, системы Лотки — Вольтерра с логистической поправкой

$$\dot{x} = a_1 x - a_2 xy - a_3 x^2, \quad \dot{y} = -b_1 y + b_2 xy - b_3 y^2, \quad a_i, b_i, x, y \in \mathbb{R}, \quad i = \overline{1, 3}, \quad (1)$$

которая хорошо изучена и используется при моделировании конкурирующих процессов, в том числе в биологии и экономике. В частности, справедливо следующее утверждение

Теорема. При $a_2 = 0$, $b_1 = -2a_1$, $b_2 = -3a_3$, $b_3 = 0$ система (1) эквивалентна (в смысле совпадения ОФ) системе

$$\dot{x} = x(a_1 - a_3 x)(1 + \alpha_1(t) - \alpha_4(t)),$$

$$\dot{y} = y(2a_1 - 3a_3 x)(1 + \alpha_1(t)) + x^2(a_1 - a_3 x)\alpha_2(t) + y\alpha_3(t) + 3a_3 xy\alpha_4(t),$$

где $\alpha_i(t)$, $i = \overline{1, 4}$, — произвольные скалярные непрерывные нечетные функции.

Заметим, что требование нечетности функций $\alpha_i(t)$ для приложений часто не является критичным, так как обычно динамика процессов моделируется на неотрицательной временной полуоси (остаётся потребовать, чтобы $\alpha_i(0) = 0$).

Заметим также, что при совпадении отражающих функций двух систем совпадают их операторы сдвига [4, с. 11–12] на симметричном промежутке вида $[-\tau, \tau]$, а для периодических систем совпадают их отображения за период $[-\omega, \omega]$ (см. [1, с. 12]). Это позволяет использовать результаты исследования качественного поведения решений системы (1) для изучения возмущенной системы.

Литература

1. Мироненко В. И. *Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем*. Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2004.
2. Мусафиров Э. В. *Временные симметрии дифференциальных систем*. Саарбрюккен: LAP, 2011.
3. Мироненко В. В. *Возмущения дифференциальных систем, не меняющие временных симметрий* // Дифференц. уравнения. 2004. Т. 40, № 10. С. 1325–1332.
4. Красносельский М. А. *Оператор сдвига по траекториям дифференциальных уравнений*. М.: Наука, 1966.

СОДЕРЖАНИЕ

Обыкновенные дифференциальные уравнения

Амелькин В.В., Доличанин-Джекич Д. Об одной нормальной форме системы Льенара	3
Амелькин В.В., Василевич М.Н. Об одной обратной задаче теории уравнений Фукса..	3
Андреева Т.К., Мартынов И.П., Пронько В.А. Аналитические свойства решений одной системы двух дифференциальных уравнений, каждое из которых имеет второй порядок.....	4
Балахнин П.А., Зубов С.В., Иванов А.И., Стрекопытов С.А. Установление области притяжения для системы Лоренца.....	5
Барабанов Е.А. Кинематическое подобие матриц с вещественным параметром-множителем	6
Барабанов Е.А., Конюх А.В. Сохранение свойства условной экспоненциальной устойчивости правильными системами с неограниченными коэффициентами при возмущениях высшего порядка малости.....	7
Бекряева Е.Б. Существование слабо экспоненциально дихотомических систем с неотделенным углом между устойчивым и неустойчивым линеалами решений.....	8
Белокурский М.С., Деменчук А.К. Нелинейная квазипериодическая дифференциальная система, эквивалентная в смысле совпадения отражающих функций периодической системе	9
Березкина Н.С., Мартынов И.П., Пронько В.А. Системы двух дифференциальных уравнений, квадратичных относительно производных зависимых переменных, типа Пенлеве...	10
Бондарев А.Н. О многоточечной краевой задаче для уравнения Ляпунова в сильно вырожденном случае.....	11
Булгаков В.И., Гринь А.А. О предельных циклах одной автономной квадратичной системы третьего порядка.....	12
Ванькова Т.Н. Мероморфные решения уравнения третьего порядка с символом Бюро РЗ.	13
Василевич Н.Д. Стабильность автономных уравнений Пфаффа.....	14
Васьковский М.М. Существование мартингаловых решений абстрактных стохастических дифференциальных уравнений с разрывными неограниченными правыми частями.....	15
Войделевич А.С. Соотношения между коэффициентами неправильности линейных дифференциальных систем.....	16
Грицук Е.В., Громак В.И. О высших аналогах второго уравнения Пенлеве.....	17
Гринь А.А. Построение функции Дюлака — Черкаса в окрестности негрубого фокуса....	18
Громак Е.В. Об интегрировании уравнения Шазы в специальных функциях.....	19
Данилович Л.А. О периодической краевой задаче для матричного уравнения Ляпунова с параметром.....	20
Даранчук С.Н. О задаче Дарбу для многомерного проективного матричного уравнения Риккати.....	21
Деменчук А.К. Управление асинхронным спектром линейных систем с пропорциональными блоками.....	22
Денисов В.С. К вопросу существования предельных циклов обобщенной системы Льенара с конечным числом точек равновесия.....	23
Детченя Л.В., Садовский А.П., Щеглова Н.Л., Щеглова Т.В. Кубическая система с интегралом Дарбу класса $CD_{10}^{(11)}$ Жолондека.....	24
Джумабаев Д.С. О разрешимости краевой задачи для системы интегродифференциальных уравнений Фредгольма.....	25
Дубровская С.П. Дифференциальные уравнения с заданными симметриями.....	26
Зеленков В.И. Ортогональные полиномы и анализ динамики многоуровневых систем....	27
Зубов С.В., Стрекопытов С.А., Стрекопытова М.В., Стрекопытова О.С., Учватова Н.Н. Необходимые условия существования стационарного интеграла.....	28
Изобов Н.А., Мазаник С.А. Параметрические свойства множеств неприводимости линейных дифференциальных систем.....	29
Калитин Б.С. Метод знакопостоянных функций Ляпунова для почти периодических систем	30

Касабуцкий А.Ф., Серебрякова Н.Г. Линейные дифференциальные системы с параметром-множителем и произвольным открытым множеством экспоненциальной устойчивости	31
Кашпар А.И., Лаптинский В.Н. О задаче Валле — Пуссена для матричного уравнения Ляпунова второго порядка	32
Красовский С.Г. О старшем центральном показателе линейной сингулярной системы	32
Кулеш Е.Е. Об одном дифференциальном уравнении в частных производных пятого порядка	33
Кулеш Е.Е., Мартынов И.П., Мисник М.В. О сходимости рядов, представляющих решения нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных	34
Лаптинский В.Н. К разрешимости периодической краевой задачи для нелинейных автономных систем	35
Лаптинский В.Н., Ливинская В.А. О периодической краевой задаче для нелинейного матричного уравнения Ляпунова второго порядка	36
Лаптинский В.Н., Титов В.Л. О разрешимости периодической краевой задачи для полупериодических дифференциальных систем с параметром	37
Лапуцкий А.И. Анализ системы Гарнье с двумя независимыми переменными	38
Леваков А.А., Васьковский М.М. Теорема существования слабых решений стохастических дифференциальных уравнений с дробным броуновским движением и с разрывным коэффициентом сноса	39
Леваков А.А., Васьковский М.М., Задворный Я.В. Структура окрестностей слабо притягивающих множеств G -систем	40
Ломовцев Ф.Е. Трёхмерная задача Коши для линейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка	41
Лысюк Е.С., Мартынов И.П. Аналитические свойства решений одной автономной системы нечетного порядка	42
Макаров Е.К. Сравнение проемов в интегральной теории пожара	43
Маковецкая О.А. Об одном алгоритме построения решения периодической краевой задачи для матричного дифференциального уравнения Ляпунова — Риккати	44
Маковецкий И.И., Маковецкая О.А. К построению решения двухточечной краевой задачи для нелинейного матричного уравнения Ляпунова с параметром	45
Мататов В.И., Авдеенко И.В., Пенталь С.В. К вопросу о подвижных особых точках решений автономной системы Гамильтона восьмого порядка	46
Можджер Г.Т. О первых интегралах дифференциального уравнения третьего порядка	47
Мусафиров Э.В. О возмущениях системы Лотки-Вольтерра с логистической поправкой в одном случае	48
Нипарко Н.С. Необходимое условие устойчивости показателей Ляпунова линейной дифференциальной системы при степенно убывающих возмущениях	49
Парманчук О.Н., Пецевич В.М. Об аналитических свойствах решений одной перекрестной системы двух дифференциальных уравнений	50
Пахолок Б.Б. О некоторых свойствах решений обобщенных дифференциальных уравнений	51
Пецевич В.М., Шевченя Д.Н. Необходимые условия отсутствия подвижных многозначных особенностей у одной системы двух дифференциальных уравнений специального вида	52
Проневич А.Ф. Об автономных первых интегралах одного класса дифференциальных систем Лапко-Данилевского	53
Проневич П.Ф. Интегральный базис треугольных линейных нестационарных дифференциальных систем	54
Пугин В.В. О функциональной задаче для обобщённого матричного уравнения Риккати	55
Роголев Д.В. О построении решения периодической краевой задачи для системы матричных уравнений Риккати	55
Руденок А.Е. Изохронные системы с однородными нелинейностями шестой степени	56
Садовский А.П. Интегрирующие множители кубических систем с интегралами Дарбу Жю-тондека	58

Тыщенко В.Ю. Об абсолютных инвариантах дискретных динамических систем	59
Цегельник В.В. Аналитические свойства решений двух систем нелинейных дифференциальных уравнений четвертого порядка	60

Уравнения с частными производными

Азанова А.Н., Дауылбаев М.К. Асимптотические оценки решения краевой задачи с начальными скачками для сингулярно возмущенных интегро-дифференциальных уравнений ...	62
Акыш А.Ш. Принцип максимума для уравнений Навье — Стокса	63
Амангалиева М.М., Дженалиев М.Т., Космакова М.Т., Рамазанов М.И. Об одной задаче с подвижной границей для уравнения теплопроводности	64
Вальковская В.И. Стохастическая задача уравнения теплопроводности для конечной пластины	65
Гердт В.П., Блинков Ю.А. Численное решение уравнений типа КдФ с использованием методов компьютерной алгебры	66
Гладков А.Л. О нелокальной начально-краевой задаче для нелинейного параболического уравнения	67
Жестков С.В. О построении нетопологических солитонов семейства уравнений Шредингера с дисперсионными и нелинейными членами высших порядков	68
Зарубин А.Н. Задача Трикоми для дифференциально-разностного уравнения Лаврентьева — Бицадзе	68
Кавитова Т.В. Единственность решения начально-краевой задачи для полулинейного параболического уравнения с нелинейными нелокальными граничными данными	69
Корзюк В.И., Дайняк В.В., Протько А.А. Корректность задачи типа Дирихле для одного линейного уравнения третьего порядка	70
Корзюк В.И., Чеб Е.С., Карпечина А.А. Первая смешанная задача для гиперболического уравнения второго порядка	71
Кочегарова М.А. О моделировании волновых решений нелинейного модифицированного уравнения Фишера на основе дробно-рациональной формы	72
Ломовцев Ф.Е. Алгоритм вычисления слабых производных высших порядков по параметру линейных неограниченных операторов с переменными областями определения	73
Ломовцев Ф.Е. Энергетическое неравенство и метод склейки слабых решений задачи Коши для гиперболического дифференциального уравнения с переменными областями определения кусочно-гладких операторов	74
Ломовцев Ф.Е., Ляхов Д.А. Склейка слабых решений полных гиперболических дифференциально-операторных уравнений второго порядка с переменными областями определения кусочно-гладких операторов	75
Ломовцев Ф.Е., Ляхов Д.А. Смешанная задача для разрывного гиперболического уравнения в частных производных бесконечного порядка с граничными условиями типа Неймана .	76
Ломовцев Ф.Е., Новиков Е.Н. Необходимые условия на правые части уравнения колебаний ограниченной струны и данные граничных условий с зависящими от времени косыми производными	77
Малай Н.В., Стукалов А.А. О некоторых особенностях решения линеаризованного по скорости уравнения Навье — Стокса, учитывающего зависимость коэффициентов молекулярного переноса от температуры	78
Мегралиев Я.Т. Решение одной обратной задачи для эллиптического уравнения второго порядка с интегральным условием	79
Нгуен Л.Л. О нелокальных задачах Соболева	80
Никитин А.И. Свойства неотрицательных решений систем полулинейных параболических уравнений с нелинейными нелокальными граничными условиями	81
Новашинская В.С. О построении солитонных решений $(1 + 2)$ -мерного кирального уравнения Шредингера с законом нелинейности удвоенной степени	82
Потапов Д.К. О решениях в спектральных задачах для уравнений эллиптического типа с разрывными нелинейностями	83

Сахауева М.А. Модельные линейные задачи с двумя свободными границами для системы параболических уравнений второго порядка	84
Серикбаев А.У. Об одной обратной задаче потенциала Кеплера «в малом»	85
Созонтова Е.А. О характеристической задаче с нормальными производными n -го порядка для одной системы гиперболического типа	86
Темирболат С.Е. Условно-корректные гиперболические граничные задачи	87
Фармонов Ш.Р. Задача с нелокальными условиями для уравнения смешанного типа второго порядка	88
Чаплыгина Е.В. Задача Геллерстедта для эллипτικο-гиперболического опережающе-запаздывающего уравнения	89
Шлапакова Т.С., Юрчук Н.И. Смешанная задача для уравнения колебания струны с производной по времени в краевом условии	90
Asanova A.T. On a multi-point boundary value problem for hyperbolic equation	91

Оптимизация и теория управления

Акинфина М.А., Бондаренко С.П. Задача оптимального управления ресурсами	93
Актанорович С.В., Борисенко О.Ф. О псевдогельдеровости многозначных отображений	94
Антипин А.С. Игровые граничные задачи в оптимальном управлении	95
Арсирый А.В., Трофимов Б.Ф. Системы управления многозначными траекториями с интегральным критерием качества	96
Асмыкович И.К. О реконструкции дискретно-непрерывных систем	97
Бойко В.К. Минимальное число входов линейных систем	97
Бойцова И.А. Построение асимптотически оптимального управления системами с быстрыми и медленными переменными	98
Борухов В.Т. Критерий обратимости линейной открытой динамической системы параболического типа	99
Булатов В.И. Критерий спектральной приводимости не разрешенных относительно производных систем управления с кратными запаздываниями	100
Васильев О.О. Оценка числа областей инвариантности корней линейных управляемых систем	101
Гайшун И.В., Горячкин В.В. Задача повышения живучести дискретной $2D$ системы... ..	102
Голиков А.И. Новый подход к решению задач линейного программирования	103
Гончарова М.Н. Синтез оптимального быстродействия с фазовыми ограничениями для одного класса систем с особенностями	104
Дженалиев М.Т., Иманбердиев К.Б., Аязбаева А.М. Об оптимизационном методе решения некорректной задачи для уравнения Пуассона	105
Дмитриев М.Г. Асимптотика решений сингулярно возмущенной краевой задачи принципа максимума Понтрягина	106
Дмитрук Н.М. Децентрализованное управление линейными динамическими системами в условиях неопределенности	107
Евтушенко Ю.Г., Посыпкин М.А. Метод решения задач многокритериальной оптимизации с гарантированной точностью	108
Жадан В.Г., Орлов А.А. Ньютоновские методы для линейного полуопределенного программирования	108
Зайцев В.А. Равномерная глобальная асимптотическая стабилизация билинейной системы с периодическими коэффициентами	109
Кичмаренко О.Д., Карпычева М.Л. Усреднение систем дискретных уравнений с постоянным запаздыванием в задачах оптимального управления	110
Козлов А.А., Бурак А.Д. Об одном легальном маршруте	111
Костюкова О.И., Курдина М.А. Использование свойств решений параметрических задач оптимального управления для решения задач идентификации	113

Крахотко В.В., Размыслович Г.П. Некоторые задачи наблюдаемости дискретных динамических систем	114
Марченко В.М., Борковская И.М. Об устойчивости и стабилизации линейных гибридных дискретно-непрерывных стационарных систем	115
Метельский А.В., Карпук В.В. О спектральной приводимости системы с запаздыванием	116
Минченко Л.И., Стаховский С.М., Богданов С.А. Ослабленные условия регулярности в задачах оптимизации	117
Пичкур В.В., Страхов Е.М. О методе динамического программирования в задаче структурно-параметрической оптимизации систем управления	118
Попова С.Н. К вопросу о глобальной достижимости линейных управляемых систем	119
Хартовский В.Е. Управляемость линейных стационарных вполне регулярных алгебро-дифференциальных систем с запаздыванием	120
Хартовский В.Е., Павловская А.Т. Задачи успокоения состояния и решения для линейных объектов нейтрального типа	121
Хорошилова Е.В. Краевые задачи в оптимальном управлении	122
Хуршудян А.Ж. Об оптимально быстром нуль-управлении колебаниями неоднородной струны	123
Цехан О.Б. Об оценке множества управляемости линейных стационарных сингулярно возмущенных систем с запаздыванием	124
Шмыров В.А. Оптимальная стабилизация орбитального движения в окрестности L_1	125
Якименко А.А. Регуляторы для решения задачи модального управления одной системой нейтрального типа	126
Fedorov V.E., Shklyar V. Exact one-dimensional controllability of abstract degenerate differential equations	127

Научное издание

XI Белорусская математическая конференция

Тезисы докладов

Часть 2

Редакторы *С. Г. Красовский, В. В. Лепин*
Компьютерная верстка *С. Г. Красовский*

Подписано в печать 01.10.2012 г.
Формат $60 \times 84^{1/8}$. Усл. печ. л. 15,35. Уч.-изд. л. 13,82. Тираж 125 экз. Зак. 13.

Отпечатано на ризографе Института математики НАН Беларуси.
Издатель и полиграфическое исполнение:
Институт математики НАН Беларуси.
ЛИ 02330/0549443 от 8 апреля 2009 г.
200072, Минск, ул. Сурганова, 11.