ДОПУСТИМЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ ПРОСТЫХ СИСТЕМ

Э.В. Мусафиров

Полесский государственный университет, Днепровской флотилии 23, 225710 Пинск, Беларусь
musafirov@bk.ru

Следуя [1], дифференциальная система

$$\dot{x} = X(t, x), \quad t \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}^n \tag{1}$$

называется простой, если $X(t,x) \equiv -\frac{1}{2}F'_x(-t,F)F'_t(t,x)$, где $F(t,x)$ — отражающая функция этой системы (см. также [2]). Простые системы интересны в частности тем, что любая стационарная система (1) является простой. Под допустимыми возмущениями системы здесь понимаются такие возмущения, которые не меняют отражающей функции системы. В частности справедливы теоремы:

Теорема 1. *Система (1) с непрерывной функцией $X(t,x)$ проста тогда и только тогда, когда она эквивалентна (в смысле совпадения ОФ) любой системе вида*

$$\dot{x} = (1 + \alpha(t))\, X(t.x), \quad t \in \mathbb{R}, \quad x \in \mathbb{R}^n, \tag{2}$$

где $\alpha(t)$ — непрерывная нечетная скалярная функция.

Теорема 2. *Пусть система (1) проста, тогда операторы сдвига вдоль решений $\varphi_{(\omega,-\omega)}$: $x \mapsto \varphi(\omega; -\omega, x)$ всех систем вида (2) совпадают ($\varphi(t; t_0, x_0)$ — общее решение системы в форме Коши). И, следовательно, характер устойчивости решений $x(t)$, при $t = \omega$ выходящих из одной и той же точки $x(\omega) = a$, всех систем вида (2) одинаков.*

Требование нечетности функции $\alpha(t)$ в приложениях часто не является критичным, так как обычно динамика процессов моделируется на неотрицательной временной полуоси и любая непрерывная функция $\alpha(t)$, заданная на неотрицательной временной полуоси (при условии $\alpha(0) = 0$), может быть непрерывно нечетным образом продолжена на отрицательную полуось.

Пример. При моделировании динамики суммы средств в банках на одного жителя по региону (y, тыс. руб.) и среднемесячной заработной платы по региону (x, тыс. руб.) получена стационарная система

$$\dot{x} = -9.095238 - 2.4046036\, x + 6.8737366\, y + 0.015023393\, x^2 - 0.049598010\, x\, y + 0.0084892246\, y^2,$$

$$\dot{y} = 4.661376 - 1.3975015\, x + 3.660285\, y + 0.006579423\, x^2 - 0.020346410\, x\, y + 0.003205917\, y^2.$$

Таким образом, для этой системы любое возмущение вида (2) не повлияет на устойчивость интересующего нас решения с начальными условиями $x(0) = y(0) = 0$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (договор Ф07М-249).

Литература

1. *Мироненко В.И.* Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем. Гомель: ГГУ, 2004.

2. *Мусафиров Э.В.* О простоте линейных дифференциальных систем // Дифференциальные уравнения. 2002. Т. 38, № 4. С. 570–572.