7 – 10 декабря

Международная математическая конференция

Пятые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям

Тезисы докладов

Минск
2010

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ»

Международная математическая конференция

«Пятые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям»

Тезисы докладов

7 – 10 декабря 2010 года

Минск
Республика Беларусь

МИНСК 2010

УДК 517
ББК 22.161.61я43
М43

Редакторы:
С. Г. Красовский, А. А. Леваков, С. А. Мазаник

Международная математическая конференция «Пятые Богдановские
М43 **чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям»**: тез. докладов Международной научной конференции. Минск, 7–10 декабря 2010 г. — Мн.: Институт математики НАН Беларуси, 2010. — 152 с.

ISBN 978-985-6499-65-7

Сборник содержит тезисы докладов, представленных на Международной математической конференции «Пятые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям». В сборник вошли тезисы докладов по вопросам аналитической, качественной и асимптотической теории дифференциальных уравнений, теории устойчивости, теории управления движением, стохастическим дифференциальным уравнениям, методике преподавания математики.

ISBN 978-985-6499-65-7

О ДОПУСТИМЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ СИСТЕМЫ ЛОТКИ — ВОЛЬТЕРРА С ЛОГИСТИЧЕСКОЙ ПОПРАВКОЙ

Э. В. Мусафиров (Пинск, Беларусь)

Рассмотрим систему Лотки — Вольтерра с логистической поправкой

$$\dot{x} = a_1 x - a_2 xy - a_3 x^2, \quad \dot{y} = -b_1 y + b_2 xy - b_3 y^2, \quad a_i, b_i, x, y \in \mathbb{R}, \quad i = \overline{1,3}, \tag{1}$$

которая используется при моделировании конкурирующих процессов, в частности в биологии и экономике.

Под допустимыми возмущениями будем понимать возмущения, не меняющие отражающей функции [1] системы (1). Система (1) автономна, следовательно, она проста и эквивалентна (см. [2, 3]) любой системе $\dot{z} = X(z) + \alpha(t)X(z)$, где $z = (x, y)^\top$, $X(z)$ — правая часть системы (1), $\alpha(t)$ — любая скалярная непрерывная нечетная функция.

Используя [4], для системы (1) можно получить допустимые возмущения, отличные от описанных выше. Получены коэффициентные условия, при выполнении которых возмущение вида $\Delta = (k_{00} + k_{10}x + k_{01}y + k_{20}x^2 + k_{11}xy + k_{02}y^2, l_{00} + l_{10}x + l_{01}y + l_{20}x^2 + l_{11}xy + l_{02}y^2)^\top$, где $k_{ij}, l_{ij} \in \mathbb{R}$, $i, j = \overline{0,2}$, является допустимым для системы (1). В частности, справедливо следующее утверждение.

Теорема. *При* $b_1 = -a_1$, $b_2 = -a_3 \neq 0$, $b_3 = a_2 \neq 0$ *система* (1) *эквивалентна (в смысле совпадения отражающих функций) системе*

$$\dot{x} = x\left(a_1 - a_2 y - a_3 x\right)\left(1 + \alpha_1(t)\right) + y\alpha_2(t) - \frac{a_2}{a_3}x\alpha_3(t) + x\left(dy + c\left(x - \frac{a_1}{a_3}\right)\right)\alpha_4(t),$$

$$\dot{y} = y\left(a_1 - a_2 y - a_3 x\right)\left(1 + \alpha_1(t)\right) - \frac{a_3}{a_2}y\alpha_2(t) + x\alpha_3(t) + y\left(cx + d\left(y - \frac{a_1}{a_2}\right)\right)\alpha_4(t),$$

где c, d *— произвольные действительные числа;* $\alpha_i(t)$, $i = \overline{1,4}$, *— произвольные скалярные непрерывные нечетные функции.*

Заметим, что при совпадении отражающих функций двух систем совпадают их операторы сдвига [5, с. 11, 12] на симметричном промежутке вида $[-\tau, \tau]$, а для периодических систем совпадают их отображения за период $[-\omega, \omega]$ (см. [1, с. 12]). Это позволяет использовать результаты исследования качественного поведения решений системы (1) для изучения возмущенной системы.

Заметим также, что требование нечетности функций $\alpha_i(t)$ для приложений часто не является критичным, так как обычно динамика процессов моделируется на неотрицательной временной полуоси.

Литература. 1. Мироненко В.И. Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем. Гомель: ГГУ, 2004. **2.** Мусафиров Э.В. Временные симметрии дифференциальных систем. Пинск: ПолесГУ, 2009. **3.** Мусафиров Э.В. // Дифференц. уравнения. 2002. Т. 38, №. 4. С. 570–572. **4.** Мироненко В.В. // Дифференц. уравнения. 2004. Т. 40, № 10. С. 1325–1332. **5.** Красносельский М.А. Оператор сдвига по траекториям дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1966.