УДК 513.8

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ ОБОБЩЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПЕРЕНОСА С НАПРАВЛЯЮЩЕЙ КРИВОЙ ЕВКЛИДОВА ТИПА В ПРОСТРАНСТВЕ МИНКОВСКОГО

***О.А. Дубчук**, 5 курс*
*Научный руководитель – **А.А. Юдов**, к.ф.-м.н., доцент*
Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина

Пространство Минковского – четырехмерное пространство, объединяющее физическое трехмерное пространство и время или четырехмерное псевдоевклидово пространство индекса 1. Герман Минковский предложил данное пространство в 1908 году в качестве геометрической интерпретации пространства-времени специальной теории относительности.

Пространство может быть получено на базе четырехмерного аффинного пространства A_4, с помощью введения скалярного умножения векторов.

Рассмотрим некоторый репер $R = \ \ 0, e_1, e_2, e_3, e_4$ аффинного пространства A_4,

где $a = a_1e_1 + a_2e_2 + a_3e_3 + a_4e_4 = b_1e_1 + b_2e_2 + b_3e_3 + b_4e_4$. Введем скалярное умножение по формуле:

$(a, b\ ) = -a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + a_4b_4$. (1)

Пространство $А_4$, для векторов которого введено скалярное умножение по формуле (1), называется *четырехмерным псевдоевклидовым пространством индекса* 1 *или пространством Минковского*. Обозначается ${}^1R_4$.

В пространстве ${}^1R_4$ существует три типа прямых.

1. Прямые действительной длины (R_1), направляющий вектор которых является вектором действительной длины.

2. Прямые мнимой длины (${}^1R_1$), направляющий вектор которых является вектором мнимой длины.

3. Изотропные прямые (R_2^1), направляющий вектор которых является изотропным вектором.

В пространстве плоскость R_2 существует три типа двумерных плоскостей [1].

1. Евклидова плоскость R_2, на которой существует базис, в котором скалярное произведение любых двух векторов этой плоскости записывается в виде $\ x, y\ = x_1y_1 + x_2y_2$, где $x\ \ x_1, x_2\ \ , y\ \ y_1, y_2\ \ $.

Например, псевдоевклидова плоскость – плоскость $\ \ {}_2 = \ \ 0, e_1, e_3\ $. Для векторов этой плоскости $x = x_1e_2 + x_2e_3,\ y = y_1e_2 + y_2e_3$, тогда,

$x, y\ \ =\ \ x_1e_2 + x_2e_3, y_1e_2 + y_2e_3\ \ = x_1y_1 + x_2y_2$.

2. Псевдоевклидова плоскость ${}^1R_2$, на которой существует базис, в котором скалярное произведение любых двух векторов этой плоскости записывается в виде $\ x, y\ \ = -x_1y_1 + x_2y_2$, где $x\ \ x_1, x_2\ \ , y\ \ y_1, y_2\ \ $.

Например, евклидовой плоскостью является плоскость $\ \ {}_2 = \ \ 0, e_1, e_3\ $. Для векторов этой плоскости $x = x_1e_2 + x_2e_3,\ y = y_1e_2 + y_2e_3$, тогда,

$x, y\ \ =\ \ x_1e_1 + x_2e_2, y_1e_1 + y_2e_2\ \ = -x_1y_1 + x_2y_2$.

3. Полуевклидова плоскость R_2^1, на которой существует базис, в котором скалярное произведение любых двух векторов этой плоскости принимает вид $\ x, y\ \ = x_2y_2$, где $x\ \ x_1, x_2\ \ , y\ \ y_1, y_2\ \ $.

Например, полуевклидова плоскость – плоскость $\ \ {}_2 = \ \ 0, e_1 + e_2, e_3\ $. Для векторов этой плоскости x=$x_1\ \ e_1 + e_2\ \ $+$x_2e_3$,$y$=$y_1\ \ e_1 + e_2\ \ + y_2e_3$. В этом случае получим, $\ x, y\ \ =\ \ x_1\ \ e_1 + e_2\ \ + x_2e_3, y_1\ \ e_1 + e_2\ \ + y_2e_3\ \ = x_2y_2$, так как $\ e_1 + e_2\ \cdot\ e_1 + e_2\ \ = e_1{}^2 + e_2{}^2 + 2\ \ e_1, e_2\ \ = -1 + 1 = 0$ [2].

В пространстве ${}^1R_4$ существует три типа 3-плоскостей.

1. Евклидова 3-плоскость R_3, на которой существует базис, в котором скалярное произведение принимает вид:

$$x, y\ \ = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3.$$

Например, евклидовой 3-плоскостью является плоскость $\ \ {}_3 = \ \ 0, e_2, e_3, e_4\ $. Для векторов этой 3-плоскости $\ x = x_1e_2 + x_2e_3 + x_3e_4, y = y_1e_2 + y_2e_3 + y_3e_4$, тогда получим, $\ x, y\ \ =\ \ x_1e_2 + x_2e_3 + x_3e_3, y_1e_2 + y_2e_3 + y_3e_4\ \ = x_1y_1 + +x_2y_2 + x_3y_3$.

2. Плоскость ${}^1R_4$, на которой существует базис, в котором скалярное произведение принимает вид: $\ x, y\ \ = -x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$.

Например, плоскостью ${}^1R_3$ является плоскость $\ \ {}_3 = \ \ 0, e_1, e_2, e_3\ $. Для векторов 3-плоскости $x = x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3, y = y_1e_1 + y_2e_2 + y_3e_3$:

$x, y\ \ =\ \ x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3, y_1e_1 + y_2e_2 + y_3e_3\ =-x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$.

3. Плоскость R_3^1, на которой существует базис, в котором скалярное произведение принимает вид: $\ x, y\ \ = x_1y_1 + x_2y_2$.

Например, плоскостью R_3^1 является плоскость $\ \ {}_3 = \ \ 0, e_1 + e_2, e_3, e_4\ $. Для векторов той плоскости $x = x_1\ \ e_1 + e_2\ \ + x_2e_3 + x_3e_4,\ y = y_1\ \ e_1 + e_2\ \ + y_2e_3 + y_3e_4$, получим $\ x, y\ \ = x_2y_2 + x_3y_3$.

Поскольку каждая 3-плоскость ортогональна некоторой прямой, то существует только три типа 3-плоскостей [3].

Решается задача: для кривой пространства Минковского рассматривается поверхность переноса вдоль этой кривой обобщенной соприкасающейся окружности и исследуются свойства этой поверхности:

$$x = \frac{1}{\rho''_u} shv, \quad y = \frac{1}{\rho''_u}\ \ chv - 1\ \ .$$

Соприкасающаяся окружность имеет следующий вид уравнения:

$$r\ \ u,v\ \ = \rho\ \ u\ \ + \rho_1\ \ u,v\ \ = \rho\ \ u\ \ + \frac{1}{\rho''_u} shv\rho'_u + \frac{1}{{\rho''_u}^{2}}\ \ chv - 1\ \ \rho''_u.$$

Полученные результаты могут быть использованы в теоретической физике и в специальной теории относительности.

Список использованных источников

1. Рашевский, П.К. Курс дифференциальной геометрии / П.К. Рашевский. – М.: Просвещение, 1992. – 220 с.
2. Шварц, Д. Дифференциальная геометрия и топология / Д. Шварц. – М.: Мир, 1970. – 224 с.
3. Матвеев, Н.М. Дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студ. пед. вузов по физ.-мат. спец. / Н.М. Матвеев. – М.: Просвещение, 1988. – 464 с.