МЕТОДЫ ОЦЕНКИ РЫНОЧНОГО РИСКА

А.И. Журавель, 2 курс магистратуры**, Т.К. Кареткина,** 1 курс магистратуры
Научный руководитель – **Н.В. Покровская,** к.э.н., доцент
Санкт-Петербургский государственный университет

На сегодняшний день, несмотря на роль финансовых парадоксов [4] в риск-менеджменте самый популярный способ измерения рыночного риска – показатель value at risk (VaR) или стоимость под риском. VaR – оценка в денежном выражении величины, которую в течении заданного временного промежутка не превысят ожидаемые потери с заданной вероятностью. Величина VaR портфеля с заданной доверительной вероятностью (1 – α) и заданным периодом владения портфелем t – это величина, которая обеспечивает полное покрытие вероятных потерь x за время t с вероятностью (1 – α):

$P(VaR \geq x) = 1 - \alpha$

Иными словами, VaR для портфеля – это максимальный ожидаемый убыток, вызванный колебанием цен.

Временной горизонт (t) и доверительный интервал (1-а) являются основными параметрами, ибо без них невозможен расчет и интерпретация величины VaR. [1, с. 298]

Существуют три основных метода расчета VaR:

1. дельта-нормальный метод или ковариационно-вариационный;
2. метод исторического моделирования;
3. метод Монте-Карло.

Дельта-нормальный метод (ковариационно-вариационный метод)

В основе данного метода лежит предпосылка о том, что логарифмическая доходность факторов рыночного риска подчиняется нормальному закону распределения с параметрами μ - математическое ожидание логарифмической доходности и σ^2 – дисперсией логарифмической доходности:

$$\ln\left(\frac{\mathrm{P_{t+1}}}{\mathrm{P_t}}\right) \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$$

При нормальном распределении значение квантиля $k_{(1-\alpha)}$ будет характеризовать соответствующий доверительный интервал $(1-\alpha)$ для расчета VaR. Таким образом, с вероятностью $(1-\alpha)$ наименьшая цена следующего дня будет равна:

$$\mathrm{P_{t+1}} = \mathrm{P_t}(\mathrm{e}^{\mu_t - k_{(1-a)}\sigma_t} - 1)$$

Как известно стоимость облигации обратно пропорциональна процентной ставке. Соответственно, фактор риска облигаций – процентная ставка. В свою очередь, чувствительностью облигации к фактору риска является модифицированная дюрация (MD). Так как на рынке торгуется доходность облигации, то риск для ее держателя – изменение доходности. Следовательно, при расчете VaR следует учитывать модифицированную дюрацию, а вместо приращения цены использовать приращение доходности.

Учитывая вышесказанное, VaR для облигации на временном горизонте T рассчитывается как:

$$VaR = \mathrm{MD} \cdot \mathrm{y} \cdot \mathrm{PV} \cdot k_{(1-a)}\sigma_t \cdot \sqrt{T},$$

где MD – модифицированная дюрация облигации, y – доходность облигации, σ_t – стандартное отклонение приращения доходностей; P – рыночная стоимость.

Для портфеля облигаций расчет VaR следующий:

$$VaR_p = \mathrm{MD}_p \cdot \mathrm{y}_p \cdot \mathrm{P}_p \cdot k_{(1-a)} \cdot \sigma_p \cdot \sqrt{T},$$

где MD_p – средневзвешенная дюрация портфеля; y_p – средневзвешенная доходность портфеля; P_p – средневзвешенная рыночная стоимость портфеля; σ_p – стандартное отклонение приращений доходности портфеля.

Приращение доходности портфеля определяется как:

$$\delta y_\mathrm{t} = \ln\left(\frac{\mathrm{y_t}}{\mathrm{y_{t-1}}}\right),$$

где $\mathrm{y_t}$ – доходность портфеля в момент времени t.

Стандартное отклонение в таком случае рассчитывается через матрицу ковариаций между приращениями доходности всех входящий в портфель бумаг как квадрат из дисперсии:

$$\sigma_p{}^2 = (d_1 \quad \cdots \quad d_n)\begin{pmatrix} Cov_{11} & \cdots & Cov_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Cov_{n1} & \cdots & Cov_{nn} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} d_1 \\ \cdots \\ d_n \end{pmatrix},$$

где Cov_{ij} – ковариация между приращениями доходности i-ой и j-ой бумаги; d_i – вес i-ой бумаги в рыночной стоимости портфеля. [2, с.258]

Метод исторического моделирования

Метод исторического моделирования строится на предположении о том, что поведение рынка в ближайшем будущем будет иметь стационарный характер.

Для расчета приращения доходности портфеля облигаций применяется следующая формула:

$$\delta \mathrm{y_t} = \ln\left(\frac{\mathrm{y_t}}{\mathrm{y_{t-1}}}\right), t = 1, \dots , T,$$

где $\mathrm{y_t}$ – доходность портфеля в момент времени t.

Далее найденные T сценариев изменения доходности ранжируются аналогично от большего к меньшему и нумеруются так же от 1 до T. Тогда VaR с доверительным интервалом $(1 - a)$ пакета облигаций будет рассчитываться следующем образом:

$$VaR_p = \mathrm{MD}_p \cdot \mathrm{y}_p \cdot \mathrm{P}_p \cdot \delta \mathrm{y}_{(1-a)\mathrm{T}} \cdot \sqrt{T},$$

где $\delta \mathrm{y}_{(1-a)\mathrm{T}}$ – сценарий изменения доходности с ранжированным номером (1-a)T. Данный метод прост в реализации, если есть доступ к актуальная выборке. Чем больше выборка, использующаяся для моделирования, тем точнее оценка VaR. [4, с.189]

Метод Монте-Карло

Основа метода Монте-Карло – модуляция случайных процессов с заданными параметрами. Метод Монте-Карло во многом похож на метод исторического моделирования, однако, есть некоторые существенные различия:

1. изменение цен в данном методе генерируется псевдослучайно исходя из заданных параметров распределения. Например, математического ожидания μ и стандартного отклонения , σ – волатильности;
2. количество смоделированных сценариев может доходить до нескольких десятков тысяч.

Суть расчета VaR методом Монте-Карло сводится к моделированию траекторий цены актива с помощью генерации случайных чисел с заданным нормальным распределением с параметрами средней цены (μ) и волатильности (σ). Траектория цен – последовательность смоделируемых цен. Данная последовательность начнётся с текущей цены актива, а заканчивается ценой на выбранном шаге (длина шага равняется, например, одному дню). Соответственно, точность модели прямо пропорциональна количеству шагов.

Для расчета дневного VaR методом Монте-Карло необходимо придерживаться следующего алгоритма:

1. по имеющейся выборке рассчитывается средняя цена (μ) и волатильность (σ) цены;
2. использую датчик случайных числен генерируется нормально распределённая случайная величина $\mathfrak{z}$ с параметрами, рассчитанными на предыдущем этапе – μ и σ;
3. определяется траектория цен по формуле $\mathrm{P}_t = \mathrm{P}_0 e^{\mathfrak{z}_{t-1}}$, где P_0 – сегодняшняя цена актива;
4. на основе траектории цены рассчитывается изменение стоимости портфеля;
5. предыдущие шаги 5 повторяются T раз и получается N сценариев значения ΔV. Данные значения по аналогии с методом исторического моделирования сортируются от большего к меньшему и нумеруются;
6. далее определяется VaR с доверительным интервалом (1-a). Значение VaR с доверительным интервалом (1-a) будет равным изменению с номером (1-a)T (округление до целого принято проводить в меньшую сторону). [5, с.423]

Список использованных источников

1. Энциклопедия финансового риск-менеджмента / под ред. А. А. Лобанова, А. В. Чугунова. 4-е изд., испр. и доп. М.: Альпина Бизнес Букс, 2009. 932 с.
2. Чекулаев М.А. Риск-менеджмент: управление финансовыми рисками на основе анализа волатильности.. М.: Альпина Паблишер. 2002. 344 с.

3. Lvova N.A., Pokrovskaia N.V., Voronova N.S. Ivanov V.V. The concept of financial paradoxes: origins, essence, potential for development // Proceedings of the 28th IBIMA conference. Seville, 2016. P. 671-680.
4. Saita F. Value at Risk and Bank Capital Management. Elsevier, 2007. 276 c.
5. Skoglund J., Chen W. Financial Risk Management: Applications in Market, Credit, Asset and Liability Management and Firmwide Risk 2015. 576 c.