

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ РЫНОЧНОГО РИСКА

А.И. Журавель, 2 курс магистратуры, **Т.К. Кареткина**, 1 курс магистратуры
 Научный руководитель – **Н.В. Покровская**, к.э.н., доцент
Санкт-Петербургский государственный университет

На сегодняшний день в риск-менеджменте самый популярный способ измерения рыночного риска – показатель value at risk (VaR) или стоимость под риском. VaR – оценка в денежном выражении величины, которую в течении заданного временного промежутка не превысят ожидаемые потери с заданной вероятностью. Величина VaR портфеля с заданной доверительной вероятностью $(1 - \alpha)$ и заданным периодом владения портфелем t – это величина, которая обеспечивает полное покрытие вероятных потерь x за время t с вероятностью $(1 - \alpha)$:

$$P(VaR \geq x) = 1 - \alpha \dots \dots \dots (1)$$

Иными словами, VaR для портфеля – это максимальный ожидаемый убыток, вызванный колебанием цен.

Временной горизонт (t) и доверительный интервал $(1-\alpha)$ являются основными параметрами, ибо без них невозможен расчет и интерпретация величины VaR. [1, с. 298]

Существуют три основных метода расчета VaR:

4. дельта-нормальный метод или ковариационно-вариационный;
5. метод исторического моделирования;
6. метод Монте-Карло.

Дельта-нормальный метод (ковариационно-вариационный метод)

В основе данного метода лежит предпосылка о том, что логарифмическая доходность факторов рыночного риска подчиняется нормальному закону распределения с параметрами μ - математическое ожидание логарифмической доходности и σ^2 – дисперсией логарифмической доходности:

$$\ln\left(\frac{P_{t+1}}{P_t}\right) \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (2)$$

При нормальном распределении значение квантиля $k_{(1-\alpha)}$ будет характеризовать соответствующий доверительный интервал $(1 - \alpha)$ для расчета VaR. Таким образом, с вероятностью $(1 - \alpha)$ наименьшая цена следующего дня будет равна:

$$P_{t+1} = P_t(e^{\mu t - k_{(1-\alpha)}\sigma t} - 1) \quad (3)$$

Как известно стоимость облигации обратно пропорциональна процентной ставке. Соответственно, фактор риска облигаций – процентная ставка. В свою очередь, чувствительностью облигации к фактору риска является модифицированная дюрация (MD). Так как на рынке торгуется

доходность облигации, то риск для ее держателя – изменение доходности. Следовательно, при расчете VaR следует учитывать модифицированную дюрацию, а вместо приращения цены использовать приращение доходности.

Учитывая вышесказанное, VaR для облигации на временном горизонте T рассчитывается как:

$$VaR = MD \cdot y \cdot PV \cdot k_{(1-a)} \sigma_t \cdot \sqrt{T},$$

где MD – модифицированная дюрация облигации, y – доходность облигации, σ_t – стандартное отклонение приращения доходностей; P – рыночная стоимость.

Для портфеля облигаций расчет VaR следующий:

$$VaR_p = MD_p \cdot y_p \cdot P_p \cdot k_{(1-a)} \cdot \sigma_p \cdot \sqrt{T}, \quad (4)$$

где MD_p – средневзвешенная дюрация портфеля; y_p – средневзвешенная доходность портфеля; P_p – средневзвешенная рыночная стоимость портфеля; σ_p – стандартное отклонение приращений доходности портфеля.

Приращение доходности портфеля определяется как:

$$\delta y_t = \ln \left(\frac{y_t}{y_{t-1}} \right), \quad (5)$$

где y_t – доходность портфеля в момент времени t.

Стандартное отклонение в таком случае рассчитывается через матрицу ковариаций между приращениями доходности всех входящих в портфель бумаг как квадрат из дисперсии:

$$\sigma_p^2 = (d_1 \quad \dots \quad d_n) \begin{pmatrix} Cov_{11} & \dots & Cov_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Cov_{n1} & \dots & Cov_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_1 \\ \dots \\ d_n \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где Cov_{ij} – ковариация между приращениями доходности i-ой и j-ой бумаги; d_i – вес i-ой бумаги в рыночной стоимости портфеля. [2, с.258]

Метод исторического моделирования

Метод исторического моделирования строится на предположении о том, что поведение рынка в ближайшем будущем будет иметь стационарный характер.

Для расчета приращения доходности портфеля облигаций применяется следующая формула:

$$\delta y_t = \ln \left(\frac{y_t}{y_{t-1}} \right), t = 1, \dots, T, \quad (7)$$

где y_t – доходность портфеля в момент времени t.

Далее найденные T сценариев изменения доходности ранжируются аналогично от большего к меньшему и нумеруются так же от 1 до T. Тогда VaR с доверительным интервалом $(1 - a)$ пакета облигаций будет рассчитываться следующим образом:

$$VaR_p = MD_p \cdot y_p \cdot P_p \cdot \delta y_{(1-a)T} \cdot \sqrt{T}, \quad (8)$$

где $\delta y_{(1-a)T}$ – сценарий изменения доходности с ранжированным номером $(1-a)T$. Данный метод прост в реализации, если есть доступ к актуальной выборке. Чем больше выборка, используемая для моделирования, тем точнее оценка VaR. [3, с.189]

Метод Монте-Карло

Основа метода Монте-Карло – модуляция случайных процессов с заданными параметрами. Метод Монте-Карло во многом похож на метод исторического моделирования, однако, есть некоторые существенные различия:

3. изменение цен в данном методе генерируется псевдослучайно исходя из заданных параметров распределения. Например, математического ожидания μ и стандартного отклонения σ – волатильности;

4. количество смоделированных сценариев может достигать до нескольких десятков тысяч.

Суть расчета VaR методом Монте-Карло сводится к моделированию траекторий цены актива с помощью генерации случайных чисел с заданным нормальным распределением с параметрами средней цены (μ) и волатильности (σ). Траектория цен – последовательность смоделируемых цен. Данная последовательность начнется с текущей цены актива, а заканчивается ценой на выбранном шаге (длина шага равняется, например, одному дню). Соответственно, точность модели прямо пропорциональна количеству шагов.

Для расчета дневного VaR методом Монте-Карло необходимо придерживаться следующего алгоритма:

7. по имеющейся выборке рассчитывается средняя цена (μ) и волатильность (σ) цены;
8. используя датчик случайных чисел генерируется нормально распределённая случайная величина z с параметрами, рассчитанными на предыдущем этапе – μ и σ ;
9. определяется траектория цен по формуле $P_t = P_0 e^{z\sigma\sqrt{t}}$, где P_0 – сегодняшняя цена актива;
10. на основе траектории цены рассчитывается изменение стоимости портфеля;
11. предыдущие шаги 5 повторяются T раз и получается N сценариев значения ΔV . Данные значения по аналогии с методом исторического моделирования сортируются от большего к меньшему и нумеруются;
12. далее определяется VaR с доверительным интервалом (1- α). Значение VaR с доверительным интервалом (1- α) будет равным изменению с номером (1- α) T (округление до целого принято проводить в меньшую сторону). [4, с.423]

Список использованных источников

1. Энциклопедия финансового риск-менеджмента / под ред. А. А. Лобанова, А. В. Чугунова. – 4-е изд., испр. И доп. – М. : Альпина Бизнес Букс, 2009. – 932 с.
2. Чекулаев М.А. Риск-менеджмент: управление финансовыми рисками на основе анализа волатильности /Чекулаев М.А. – М.: Альпина Паблицер. – 2002. – 344 с.
3. Francesco Saita. Value at Risk and Bank Capital Management – Elsevier, 2007. – 276 с.
4. J.Skoglund, W. Chen. Financial Risk Management: Applications in Market, Credit, Asset and Liability Management and Firmwide Risk – 2015. – 576 с.