

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕПРЕРЫВНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИЕЙ КОНЕЧНЫХ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ

Коваленко Н.С.,

*доктор физико-математических наук, профессор,
Белорусский государственный университет,*

Павлов П.А.,

*кандидат физико-математических наук, доцент,
Полесский государственный университет*

Одной из насущных проблем развития экономики является уменьшение потребления энергетических ресурсов. Существующая практика оперирует только фактическими данными об энергопотреблении за прошедшие периоды, что затрудняет процесс оперативного анализа и соответственно усложняет принятие управлеченческих решений по оптимальному использованию энергоносителей. Современные подходы в формировании новых принципов оптимального использования энергоресурсов базируются на рассмотрении и решении такого рода задач в режиме реального времени. Динамическое управление энергопотреблением – это инновационный подход к управлению нагрузкой на стороне спроса. Он включает традиционные принципы регулирования энергопотребления (энергоменеджмент) на всех уровнях распределения энергоносителей, представленных в технологическом процессе, объединяет их в интегрированную структуру для одновременно оптимального управления спросом, в первую очередь для снижения пиковой нагрузки. Это достигается с помощью системы, включающей интеллектуальные устройства, распределенные энергоподсистемы с высокоразвитыми средствами управления и коммуникационными возможностями, обеспечивающими динамическое управление системой в целом. Компоненты системы взаимодействуют, создавая при этом динамическую интегрированную автоматизированную структуру (Каплун В.В., Павлов, Штепа, Каплун Р.В., 2017).

Система динамического управления энергопотреблением включает четыре основных компонента: «умные» источники энергии, объединенные в единый энергетический модуль; «умные» и энергоэффективные устройства конечного потребления энергии; интеллектуальная система управления энергообеспечением (ИСУЭ); адаптивная архитектура интегрированных коммуникаций (Каплун, 2017).

В данной статье построена математическая модель реализации систем мониторинга и управления энергообеспечением, а также получены математические соотношения для вычисления точных значений общего времени выполнения множества параллельных процессов, возникающих при взаимодействии конкурирующих источников распределенной генерации электрической энергии с конечными потребителями.

Постановка задачи. С учетом технологических аспектов энергообеспечения на основе ресурсно-процессного подхода создать модель энергоменеджмента с несколькими источниками энергии.

Как показано в (Каплун, 2017), в качестве количественного критерия эффективности энергопотребления целесообразно использовать условный динамический тариф (УДТ). УДТ – интегральный показатель приведенной текущей стоимости энергии перед распределением между потребителями, который формируется на основе реальной себестоимости энергии каждого из источников, входящих в энергетический модуль на заданном временном интервале. Формирование условного динамического тарифа требует создания интеллектуальной системы управления энергопотреблением с заданной емкостью и быстродействием, которая должна быть интегрирована в систему энергообеспечения.

Предложенный ресурсно-процессный подход (Каплун, Павлов, Штепа, Прокопеня, 2019) даст возможность усовершенствовать функционирование систем энергообеспечения, формируя математическое обеспечение оптимизации их функционирования в режиме реального времени на основе УДТ и энергетических характеристик процессов. В связи с дискретным и комбинаторным характером математических задач такого рода прогресс в их решении может быть достигнут при

условии использования принципов структурирования и конвейеризации, а также за счет применения математического аппарата, методов дискретных систем и дискретной оптимизации, теории расписаний, теории графов, алгебры матриц (Коваленко, Павлов, 2011).

Ресурсно-процессная модель распределенной сети энергоснабжения. Математическая модель интеллектуальной масштабируемой распределенной сети энергоснабжения (Smart Grid) включает:

- $n \geq 2$ – количество источников распределенной генерации электрической энергии;
- $p \geq 2$ – количество конечных потребителей электроэнергии;
- $s \geq 2$ – количество порций (блоков) структурированных конкурирующих потоков электрической энергии от источников распределенной генерации с учетом ценовых диапазонов;
- $T = [t_{ij}]$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s}$ – матрицу времен передачи электрической энергии i -м источником из j -го ценового диапазона;
- $C = [c_{ij}]_{n \times s}$ – матрицу стоимости единицы электроэнергии из j -го ценового диапазона при генерации i -м источником;
- $\varepsilon > 0$ – параметр, характеризующий системное время, затрачиваемое Smart Grid на организацию параллельной передачи электрической энергии от n источников p конечным потребителям.

Будем считать, что взаимодействие конкурирующих источников распределенной генерации электрической энергии с конечными потребителями подчинено следующим условиям:

- 1) ни один из источников не может передавать порцию электроэнергии одновременно более чем одному потребителю;
- 2) ни один из конечных потребителей не может принимать одновременно более одной порции электрической энергии от источников распределенной генерации;
- 3) передача (прием) каждой порции электроэнергии осуществляется без прерываний;
- 4) распределение порций электрической энергии от источников распределенной генерации конечным потребителям компьютерной системой осуществляется циклически по правилу: блок с номером $j = kp + i$, $j = \overline{1, s}$, $i = \overline{1, p}$, $k \geq 0$, передается потребителю с номером i ;
- 5) для каждого конечного потребителя момент завершения получения порции энергии от l -го источника совпадает с моментом начала получения электрической энергии от $(l+1)$ -го источника распределенной генерации, $l = \overline{1, n-1}$.

Условия 1–5 определяют *синхронный режим*, обеспечивающий непрерывное получение электрической энергии всеми конечными потребителями от источников распределенной генерации.

Распределенную сеть энергоснабжения будем называть *неоднородной*, если времена передачи электрической энергии конечным потребителям – разные для разных источников.

Получение математических соотношений для вычисления точных значений общего времени выполнения множества параллельных процессов, возникающих при взаимодействии конкурирующих источников распределенной генерации электрической энергии с конечными потребителями, позволит в реальном времени оптимизировать функционирование Smart Grid, планировать подключение новых объектов, оперативно перераспределять потоки электроэнергии, обрабатывать большие массивы информации.

Будем рассматривать $n \geq 2$ *неоднородных* распределенных источников, которые передают электрическую энергию $p \geq 2$ конечным потребителям, причем передача электроэнергии осуществляется блоками Q_1, Q_2, \dots, Q_s . Задача состоит в нахождении минимального общего времени $T_n^2(p, n, s, \varepsilon)$ передачи источниками электрической энергии p потребителям в условиях непрерывного обеспечения энергией последних (рис. 1).

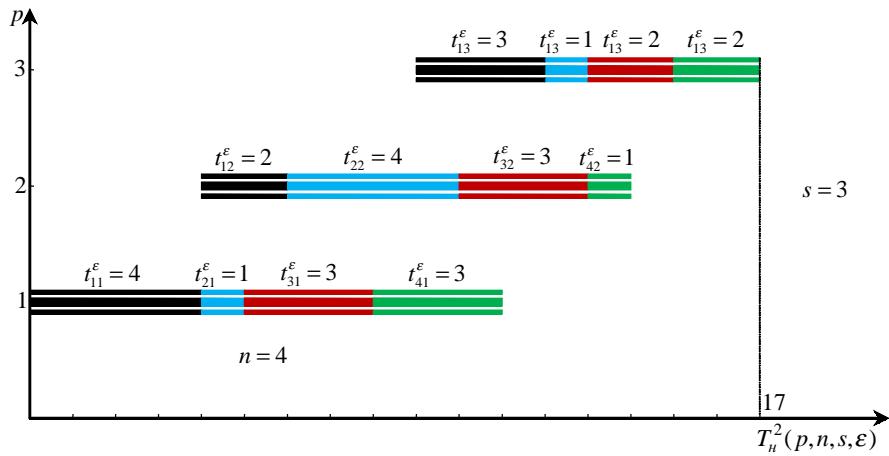


Рис. 1. Синхронный режим взаимодействия распределенных источников электрической энергии и конечных потребителей

Источник: авторская разработка.

Рассмотрим следующие случаи.

а) В случае, когда число блоков структурированных потоков электрической энергии равно числу конечных потребителей, т.е. $s = p$, для нахождения величины $T_n^2(p, n, s, \varepsilon)$ получим формулу (Павлов, Штепа, 2021):

$$T_n^2(p, n, s, \varepsilon) = \sum_{j=1}^{p-1} \max_{1 \leq v \leq n} \left[\sum_{i=1}^v t_{ij}^\varepsilon - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i,j+1}^\varepsilon \right] + \sum_{i=1}^n t_{ip}^\varepsilon. \quad (1)$$

Здесь $T^\varepsilon = [t_{ij}^\varepsilon]$ – $n \times s$ -матрица времен передач блоков электрической энергии i -м источником из j -го ценового диапазона с учетом накладных расходов ε .

Величины $\max_{1 \leq v \leq n} \left[\sum_{i=1}^v t_{ij}^\varepsilon - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i,j+1}^\varepsilon \right]$, $j = \overline{1, p-1}$, определяют моменты начала передачи электроэнергии источниками потребителям, начиная со второго, а $\sum_{i=1}^n t_{ip}^\varepsilon$ – время обеспечения электрической энергией последнего p -го потребителя всеми источниками.

б) Рассмотрим случай, когда число конечных потребителей микроэлектросистемы больше числа блоков структурированных энергопотоков ($s < p$). В этом случае выполним разбиение множества потребителей на $k+1$ группу по s потребителей в каждой, т.е. $p = ks + r$, $k \geq 1$, $1 \leq r < s$. Если p не кратно s , то в последней группе будет только r потребителей. Результирующая матрица RM времен передачи электроэнергии источниками конечным потребителям будет состоять из $k+1$ матриц T^ε , причем $k+1$ матрица будет содержать только r первых столбцов:

$$RM = [t_{ij}^\varepsilon]_{n \times p} = \begin{bmatrix} t_{11}^\varepsilon & t_{12}^\varepsilon & \dots & t_{1s}^\varepsilon & t_{11}^\varepsilon & t_{12}^\varepsilon & \dots & t_{1s}^\varepsilon & \dots & t_{11}^\varepsilon & t_{12}^\varepsilon & \dots & t_{1r}^\varepsilon \\ t_{21}^\varepsilon & t_{22}^\varepsilon & \dots & t_{2s}^\varepsilon & t_{21}^\varepsilon & t_{22}^\varepsilon & \dots & t_{2s}^\varepsilon & \dots & t_{21}^\varepsilon & t_{22}^\varepsilon & \dots & t_{2r}^\varepsilon \\ \dots & \dots \\ t_{n1}^\varepsilon & t_{n2}^\varepsilon & \dots & t_{ns}^\varepsilon & t_{n1}^\varepsilon & t_{n2}^\varepsilon & \dots & t_{ns}^\varepsilon & \dots & t_{n1}^\varepsilon & t_{n2}^\varepsilon & \dots & t_{nr}^\varepsilon \end{bmatrix}.$$

С учетом формулы (1) минимальное общее время обеспечения n альтернативными источниками электрической энергии p конечных потребителей при условии $s < p$ будет определяться из выражения (рис. 2):

$$T_n^2(p = ks + r, n, s, \varepsilon) = kT_n^2(s, n, s, \varepsilon) + kT_n^2(1, n, 1, \varepsilon) + T_n^2(r, n, r, \varepsilon), \quad (2)$$

$$T_n^2(s, n, s, \varepsilon) = \sum_{j=1}^{s-1} \max_{1 \leq v \leq n} \left[\sum_{i=1}^v t_{ij}^\varepsilon - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i,j+1}^\varepsilon \right], \quad T_n^2(1, n, 1, \varepsilon) = \max_{1 \leq v \leq n} \left[\sum_{i=1}^v t_{is}^\varepsilon - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i1}^\varepsilon \right], \quad (3)$$

$$T_n^2(r, n, r, \varepsilon) = \sum_{j=1}^{r-1} \max_{1 \leq v \leq n} \left[\sum_{i=1}^v t_{ij}^\varepsilon - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i,j+1}^\varepsilon \right] + \sum_{i=1}^n t_{ir}^\varepsilon.$$

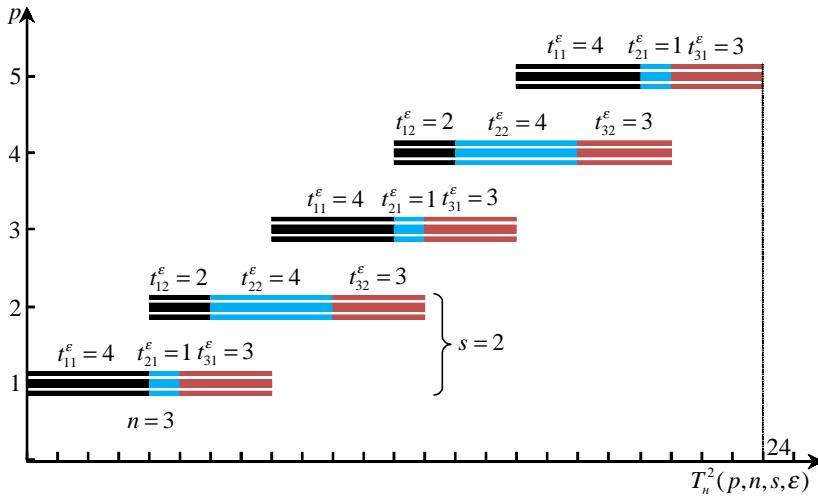


Рис. 2. Функционирование Micro Grid при $p = 5$, $n = 3$, $s = 2$

Источник: авторская разработка.

в) Пусть число блоков структурированных конкурирующих потоков электроэнергии $s \geq 2$ больше числа конечных потребителей микроэнергосистемы $p \geq 2$, т.е. является ограниченным ($s > p$). Тогда произведем разбиение множества блоков на $k+1$ группу по p в каждой, за исключением последней, которая при s не кратно p , будет содержать r блоков: $s = kp + r$, $k \geq 1$, $1 \leq r < p$. Это равносильно разбиению исходной матрицы времен передачи электрической энергии i -м источником из j -го ценового диапазона с учетом системных расходов $\varepsilon > 0$, $T^\varepsilon = [t_{ij}^\varepsilon]$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s}$ на $k+1$ подматрицу по p столбцов в каждой, причем подматрица $k+1$ в случае, когда s не кратно p , будет содержать r столбцов.

Рассмотрим частный случай, когда s кратно p , т.е. $s = kp$, $k > 1$. Учитывая, что число блоков больше числа потребителей в k раз, выполним разбиение множества блоков на k групп по p блоков в каждой. Следовательно, исходная матрица времен передачи электрической энергии T^ε разобьется на k подматриц по p столбцов в каждой. Взаимодействие конкурирующих источников распределенной генерации электрической энергии с конечными потребителями с учетом времен передачи электрической энергии для l -й группы, $l = \overline{1, k}$, можно изобразить в виде диаграмм Ганта, каждая из которых отображает во времени передачу p блоков различных ценовых диапазонов n конкурирующими альтернативными источниками p конечным потребителям.

На рис. 3 приведены несовмещенные диаграммы Ганта для случая $p = 3, n = 4, s = 9$ и

$$T^\varepsilon = [t_{ij}^\varepsilon]_{4 \times 9} = \begin{bmatrix} t_{11}^\varepsilon & t_{12}^\varepsilon & \dots & t_{19}^\varepsilon \\ t_{21}^\varepsilon & t_{22}^\varepsilon & \dots & t_{29}^\varepsilon \\ t_{31}^\varepsilon & t_{32}^\varepsilon & \dots & t_{39}^\varepsilon \\ t_{41}^\varepsilon & t_{42}^\varepsilon & \dots & t_{49}^\varepsilon \end{bmatrix}.$$

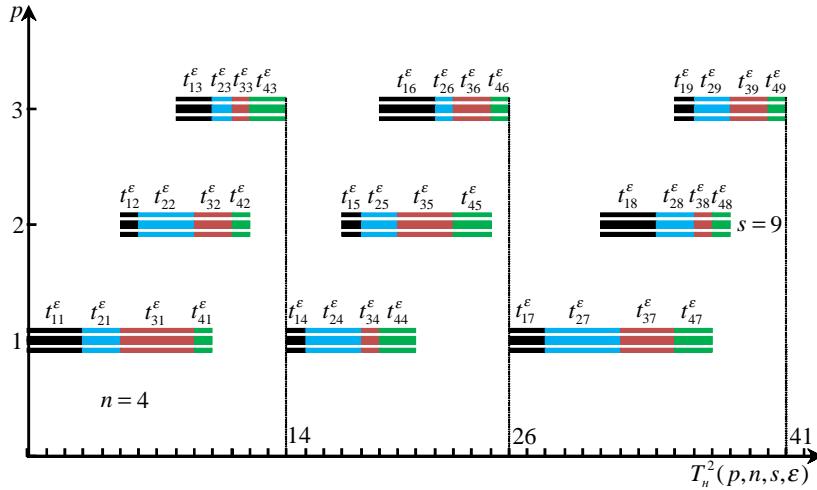


Рис. 3. Несовмещенная диаграмма Ганта

Источник: авторская разработка.

Время $T_n^2(p = 3, n = 4, s = 9, \varepsilon)$ передачи источниками электрической энергии потребителям можно существенно сократить, если воспользоваться приемом совмещения последовательных диаграмм Ганта по оси времени справа налево (рис. 4).

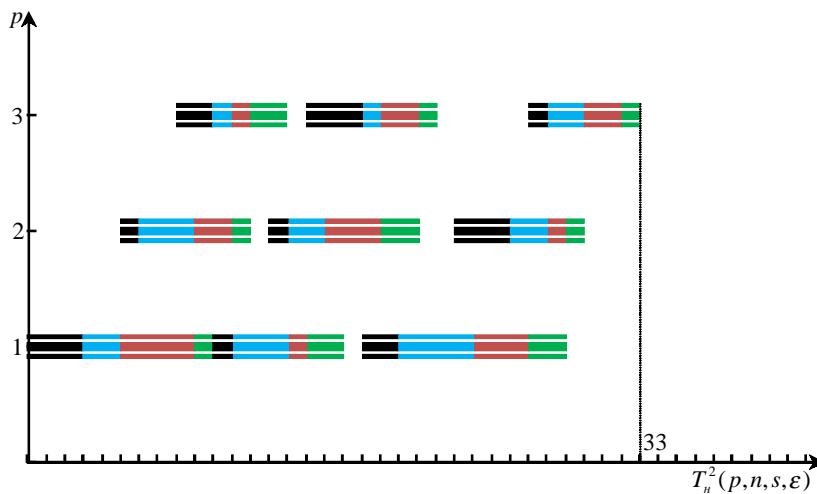


Рис. 4. Совмещенная диаграмма Ганта

Источник: авторская разработка.

В дальнейшем будем использовать следующие обозначения:

$t_{ij}^{\varepsilon,l} = t_{ij}^l + \varepsilon = t_{i,(l-1)p+j} + \varepsilon$ – времена передачи порции электрической энергии из j -го ценового диапазона i -м источником в l -й группе блоков с учетом параметра ε , $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,s}$, $l = \overline{1,k}$;

T_l^ε – общее время передачи l -й группы блоков электрической энергии p потребителям всеми n источниками $l = \overline{1,k}$;

$E_{ij}^{\varepsilon,l}$ – время завершения передачи j -го блока i -м источником в l -й группе блоков, $l = \overline{1,k}$.

В силу формулы (1) для вычисления T_l^ε и $E_{ij}^{\varepsilon,l}$ получим следующие соотношения:

$$T_l^\varepsilon = \sum_{j=1}^{p-1} \max_{1 \leq v \leq n} \left[\sum_{i=1}^v t_{ij}^{\varepsilon,l} - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i,j+1}^{\varepsilon,l} \right] + \sum_{i=1}^n t_{ip}^{\varepsilon,l}, \quad (4)$$

$$E_{ij}^{\varepsilon,l} = \sum_{w=1}^{j-1} \max_{1 \leq v \leq n} \left[\sum_{q=1}^v t_{qw}^{\varepsilon,l} - \sum_{q=1}^{v-1} t_{q,w+1}^{\varepsilon,l} \right] + \sum_{q=1}^i t_{qj}^{\varepsilon,l}, \quad i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,p}, \quad l = \overline{1,k}.$$

Кроме того, через $B_{1j}^{\varepsilon,l}$ будем обозначать время начала передачи j -го блока в l -й группе первым источником:

$$B_{1j}^{\varepsilon,l} = \sum_{w=1}^{j-1} \max_{1 \leq v \leq n} \left[\sum_{q=1}^v t_{qw}^{\varepsilon,l} - \sum_{q=1}^{v-1} t_{q,w+1}^{\varepsilon,l} \right], \quad j = \overline{1,p}. \quad (5)$$

Из анализа последовательных диаграмм Ганта (рис. 3, рис. 4) вытекает, что:

$$T_n^2(p, n, s, \varepsilon) = T_n^2(p, n, kp, \varepsilon) = \sum_{l=1}^k T_l^\varepsilon - \Omega, \quad (6)$$

где T_l^ε находится по формулам (4), а величина Ω является величиной максимально допустимого суммарного совмещения соседних диаграмм по оси времени.

Лемма (Коваленко, Павлов, 2011). Величина Ω максимально допустимого суммарного совмещения соседних диаграмм Ганта по оси времени определяется из соотношения:

$$\Omega \geq \sum_{l=1}^{k-1} \min\{\omega_l^{'}, \omega_l^{''}\}, \quad (7)$$

где

$$\omega_l^{'} = \min_{1 \leq j \leq p} \{T_l^\varepsilon - E_{nj}^{\varepsilon,l} + B_{1j}^{\varepsilon,l+1}\}, \quad \omega_l^{''} = \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \sum_{q=1}^{i-1} t_{q1}^{\varepsilon,l+1} + \sum_{q=i+1}^n t_{qp}^{\varepsilon,l} \right\}, \quad l = \overline{1,k-1}. \quad (8)$$

Здесь $\omega_l^{'}$ и $\omega_l^{''}$ представляют собой отрезки максимально допустимого совмещения по оси времени l -й и $(l+1)$ -й диаграмм.

В формуле (7) стоит знак не строгого равенства, так как каждое значение $\min\{\omega_l^{'}, \omega_l^{''}\}$, $l = \overline{1,k-1}$, учитывает только величину максимально допустимого совмещения по оси времени между парами соседних диаграмм Ганта, но не всегда учитывает возможные совмещения между подряд идущими группами блоков электроэнергии, передающихся одному и тому же потребителю в двух соседних диаграммах. На рис. 3 и рис. 4 приведен пример, когда имеет место равенство, а на рис. 5 и рис. 6 – когда имеет место неравенство.

Подставляя далее значение T_l^ε из (3) в (6) и в силу леммы, получаем оценку для вычисления $T_n^2(p, n, kp, \varepsilon)$ вида:

$$T_n^2(p, n, kp, \varepsilon) \leq \sum_{l=1}^k T_l^\varepsilon - \sum_{l=1}^{k-1} \min\{\omega_l^{'}, \omega_l^{''}\}. \quad (9)$$

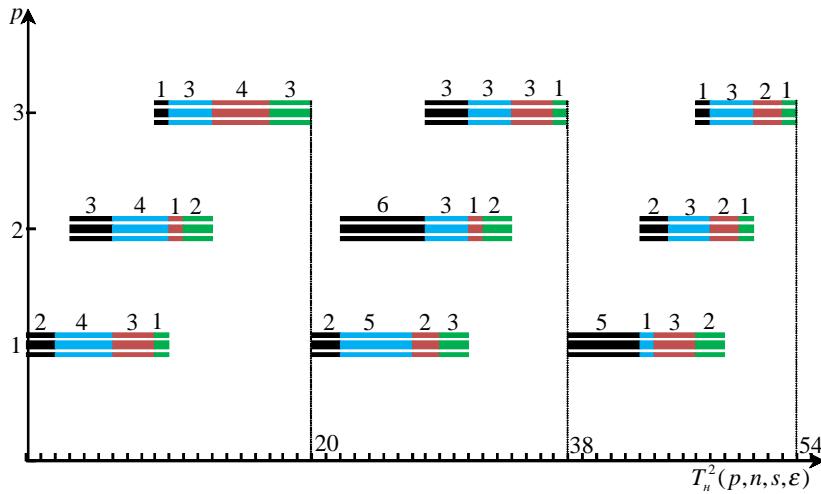


Рис. 5. Несовмещенная диаграмма Ганта

Источник: авторская разработка.

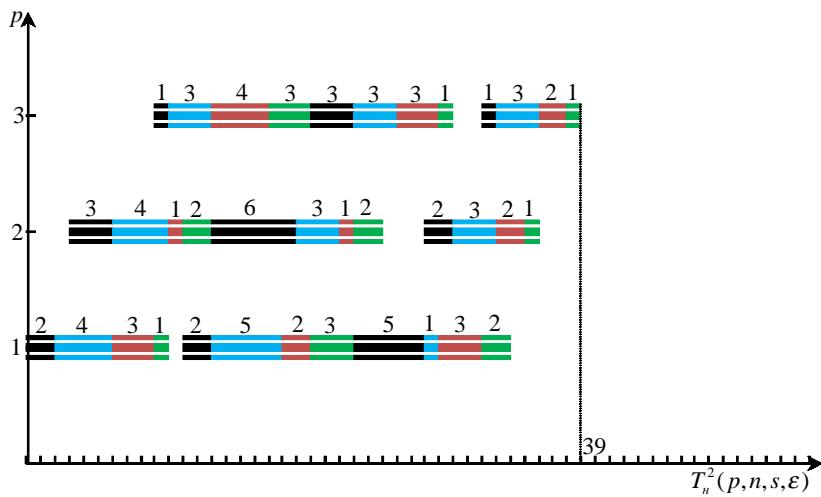


Рис. 6. Совмещенная диаграмма Ганта

Источник: авторская разработка.

Для случая, когда s не кратно p , т. е. $s = kp + r$, $k \geq 1$, $1 \leq r < p$, общее время $T_n^2(p, n, kp + r, \varepsilon)$ передачи n источниками электрической энергии p потребителям в условиях второго синхронного режима определяется по формуле:

$$T_n^2(p, n, kp + r, \varepsilon) \leq \sum_{l=1}^k T_l^\varepsilon + T_{k+1}^\varepsilon - \sum_{l=1}^{k-1} \min\{\omega_l^\circ, \omega_l''\} - \min\{\omega_k^\circ, \omega_k''\}, \quad (10)$$

где T_{k+1}^ε , ω_k° , ω_k'' находятся по формулам:

$$T_{k+1}^\varepsilon = \sum_{j=1}^{r-1} \max_{1 \leq v \leq n} \left[\sum_{i=1}^v t_{ij}^{\varepsilon, k+1} - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i, j+1}^{\varepsilon, k+1} \right] + \sum_{i=1}^n t_{ir}^{\varepsilon, k+1}, \quad (11)$$

$$\omega_k^\circ = \min_{1 \leq j \leq r} \{T_k^\varepsilon - E_{nj}^{\varepsilon, k} + B_{1j}^{\varepsilon, k+1}\}, \quad \omega_k'' = \min_{1 \leq i \leq n} \left\{ \sum_{q=1}^{i-1} t_{q1}^{\varepsilon, k+1} + \sum_{q=i+1}^n t_{qp}^{\varepsilon, k} \right\}. \quad (12)$$

Теорема (Коваленко, Павлов, 2011). В условиях взаимодействия источников распределенной генерации электроэнергии с конечными потребителями во втором синхронном режиме, для любых параметров интеллектуальной масштабируемой неоднородной Smart Grid $p \geq 2$, $n \geq 2$, $s \geq 2$, $\varepsilon > 0$, минимальное общее время $T_n^2(p, n, s, \varepsilon)$ передачи электрической энергии определяется по формулам:

$$T_n^2(p, n, s, \varepsilon) = \sum_{j=1}^{s-1} \max_{1 \leq v \leq n} \left[\sum_{i=1}^v t_{ij}^\varepsilon - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i, j+1}^\varepsilon \right] + \sum_{i=1}^n t_{is}^\varepsilon \text{ при } s = p,$$

$$T_n^2(p, n, s, \varepsilon) = kT_n^2(s, n, s, \varepsilon) + kT_n^2(1, n, 1, \varepsilon) + T_n^2(r, n, r, \varepsilon) \text{ при } s < p,$$

$$T_n^2(p, n, s, \varepsilon) \leq \begin{cases} \sum_{l=1}^k T_l^\varepsilon - \sum_{l=1}^{k-1} \min\{\omega_l^\circ, \omega_l''\}, & \text{при } s = kp, k > 1, \\ \sum_{l=1}^k T_l^\varepsilon + T_{k+1}^\varepsilon - \sum_{l=1}^{k-1} \min\{\omega_l^\circ, \omega_l''\} - \min\{\omega_k^\circ, \omega_k''\}, & \text{при } s = kp + r, k \geq 1, 1 \leq r < p, \end{cases}$$

где $T_n^2(s, n, s, \varepsilon)$, $T_n^2(1, n, 1, \varepsilon)$ и $T_n^2(r, n, r, \varepsilon)$ определяются по формулам (3), T_l^ε – по формуле (4), ω_l° и ω_l'' – по формулам (8), T_{k+1}^ε – по формуле (11), ω_k° и ω_k'' – по формулам (12).

Заключение. Создание интеллектуальной системы управления энергопотреблением представляет собой довольно сложную научно-техническую проблему, решение которой связано с созданием системного и прикладного программного обеспечения, развитием алгоритмов и численных методов, математическим моделированием функционирования параллельных систем с целью анализа эффективности и оптимальности их функционирования. В настоящее время в этой области ведутся интенсивные исследования. Однако понимание ряда аспектов, связанных с параллельными системами, находится на интуитивном уровне. Это трудные в математическом отношении проблемы по расчету оптимальных характеристик как самих параллельных энергетических систем, так и характеристик оптимальной организации большого числа одновременно взаимодействующих параллельных процессов, количественная и качественная оценка различных стратегий управления параллельными процессами, включая проблемы синхронизации, проблемы создания эффективных параллельных алгоритмов и соответствующего программного обеспечения с учетом характеристик конкретных энергетических систем распределенной обработки данных и др.

Л и т е р а т у р а

Каплун В.В. (ред.). 2017. Структурно-параметричний синтез комбінованих систем електро-живлення. Колективна монографія. Київ : КНУТД. 188 с.

Каплун В.В., Павлов П.А., Штепа В.Н., Каплун Р.В. 2017. Моделирование динамической стоимости электроэнергии в микроэнергетической системе с распределенными источниками в синхронном

режиме. *Вісник Київського національного університету технологій та дизайну*. Серія «Технічні науки». № 3 (110). С. 11–24.

Каплун В.В., Павлов П.А., Штепа В.Н., Прокопеня О.Н. 2019. Ресурсно-процессная модель энергоменеджмента локального объекта с несколькими источниками энергии. *Вестник Брестского государственного технического университета*. № 4 (117). С. 86–91.

Коваленко Н.С., Павлов П.А. 2011. *Математическое моделирование параллельных процессов*. Монография. Saarbrucken (Germany) : LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH. 246 с.

Павлов П.А. Штепа В.Н. 2021. Модель непрерывного обеспечения электрической энергией конечных потребителей. *Инжениринг: теория и практика*. Материалы I Международной заочной научно-практической конференции. Пинск, 26 марта 2021 г. Полесский государственный университет. В.И. Дунай (ред.). С. 31–40.

Zaiets N., Shtepa V., Pavlov P., Elperin I., Hachkovska M. 2019. Development of a resource-process approach to increasing the efficiency of electrical equipment for food production. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. Vol. 5. No 8 (101). P. 59–65.

Статья поступила 14.02.2023 г.

———— ◆ ———