

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ГРОДНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ЯНКИ КУПАЛЫ»

**ЭКОНОМИЧЕСКОЕ РАЗВИТИЕ БЕЛАРУСИ
В КОНТЕКСТЕ РАСШИРЕНИЯ
ЕВРОПЕЙСКОГО СОЮЗА
(НИРС ФЭУ – 2005)**

Материалы Международной студенческой научной конференции

12-13 мая 2005 г.

Гродно
Республика Беларусь

В 2 частях
Часть 2

Гродно 2005

П.А.Павлов

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Н.С.Коваленко
(Белорусский государственный экономический университет)

ОПТИМАЛЬНОСТЬ СИСТЕМ ОДИНАКОВО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ КОНКУРИРУЮЩИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ДОСТАТОЧНОМ ЧИСЛЕ ПРОЦЕССОРОВ

Появление сетевых многопроцессорных вычислительных систем, сетевых вычислительных комплексов, многопроцессорных вычислительных систем кластерного типа, развитие технологий клиент-сервер, сети Internet и World Wide Web усиливают позиции распределенного программирования [1]. Вопросы эффективности, пиковой и реальной производительности для таких систем выходят на передний план, поскольку последние являются эффективным инструментом для проведения научных, социологических и бизнес-исследований, а также мощным средством развития рынка товаров и услуг, торговли, рекламы, инвестиций и бизнеса. В этой связи особую актуальность приобретают задачи построения и исследования математических моделей оптимальной организации конкурирующих процессов при распределенной обработке [2].

Математическая модель распределенной обработки конкурирующих процессов включает следующие параметры: p , $p \geq 2$ – число процессоров многопроцессорной системы; n , $n \geq 2$ – число конкурирующих процессов; s , $s \geq 2$ – число блоков структурированного программного ресурса; $[t_{ij}]$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s}$ – матрица времен выполнения блоков программного ресурса конкурирующими процессами.

В [2] исследованы *асинхронный режим*, который предполагает отсутствие простоев процессоров при условии готовности блоков, а также «пролеживания» блоков при наличии процессоров, *синхронный режим с непрерывным переходом по блокам* и *синхронный режим с непрерывным переходом по процессам*. Для всех режимов получены точные математические соотношения вычисления минимального общего времени выполнения заданных объемов вычислений.

Определение 1. Систему n распределенных конкурирующих процессов, использующих структурированный на s блоков программный ресурс, будем называть *одинаково распределенной*, если времена выполнения всех блоков Q_j , $j = \overline{1, s}$ программного ресурса PR каждым из i -ых процессоров, $i = \overline{1, n}$, равны между собой, т. е.

$$t_{11} = t_{12} = \dots = t_{1s} = t_1,$$

$$\begin{aligned} t_{21} = t_{22} = \dots = t_{2s} = t_2, \\ \dots, \\ t_{n1} = t_{n2} = \dots = t_{ns} = t_n. \end{aligned}$$

Определение 2. Одинаково распределенную систему множества конкурирующих процессов будем называть *стационарной*, если $t_1 = t_2 = \dots = t_n = t$.

Пусть (t_1, t_2, \dots, t_n) – времена выполнения каждого блока Q_j , $j = \overline{1, s}$, всеми n процессами, тогда $T^n = \sum_{i=1}^n t_i$ – суммарное время выполнения каждого из блоков Q_j , n процессами.

В случае стационарной одинаково распределенной системы конкурирующих процессов для асинхронного и базовых синхронных режимов минимальное общее время их выполнения \bar{T} определяется по формуле [2]:

$$\bar{T} = \begin{cases} (n+s-1)t, & \text{при } p \geq \min\{n, s\}; \\ (kn+p-1)t, & \text{при } p < \min\{n, s\}, s = kp, k > 1; \\ ((k+1)n+r-1)t, & \text{при } p < \min\{n, s\}, s = kp+r, k \geq 1, 1 \leq r < p. \end{cases}$$

Определение 3. Одинаково распределенную систему конкурирующих процессов, использующих структурированный программный ресурс будем называть *эффективной* при фиксированных p , $s \geq 2$, если величина $\Delta(n) = sT^n - T_{op}(p, n, s) \geq 0$, где sT^n – время выполнения s блоков всеми n процессами в последовательном режиме.

Определение 4. Эффективная одинаково распределенная система называется *оптимальной*, если величина $\Delta(n)$ достигает наибольшего значения.

Покажем, что оптимальную одинаково распределенную систему достаточно искать среди стационарных одинаково распределенных систем.

Теорема 1. Для любой эффективной одинаково распределенной системы множества конкурирующих процессов при $s \leq p$ существует равномерная более эффективная одинаково распределенная система.

Действительно, согласно определению 3, условие эффективности одинаково распределенной системы конкурирующих процессов в асинхронном и втором синхронном режимах имеет вид:

$$\Delta(n) = (s-1)(T^n - t_{\max}^n) \geq 0,$$

а в случае стационарной одинаково распределенной системы:

$$\bar{\Delta}(n) = (s-1)(T^n - t^n) \geq 0, \text{ где } t^n = T^n / n.$$

Покажем, что $\bar{\Delta}(n) > \Delta(n)$. Для этого рассмотрим разность $\bar{\Delta}(n) - \Delta(n) = (s-1)(t_{\max}^n - t^n)$. Случай, когда $\bar{\Delta}(n) - \Delta(n) \leq 0$, будет иметь место только, если $t_{\max}^n \leq t^n$. Последнее невозможно, так как из того, что одинаково распределенная система не является равномерной, следовало бы $\sum_{i=1}^n t_i < nt^n = T^n$,

а по условию $\sum_{i=1}^n t_i = T^n$. Получили противоречие

$T^n < T^n$, что и доказывает теорему.

Теорема 2. Для того чтобы эффективная одинаково распределенная система при $s \leq p$ была оптимальной, необходимо и достаточно, чтобы она была равномерной.

Теорема 2 следует из теоремы 1 и определения 4.

Полученные критерии оптимальности одинаково распределенных систем конкурирующих процессов могут быть использованы при организации взаимодействия параллельных вычислений в многопроцессорных системах для организации взаимодействия, синхронизации и взаимоисключения параллельно выполняемых процессов. Значительный интерес представляют также задачи оптимизации с учетом временных задержек при передаче данных, которые существенно влияют на эффективность организации распределенных конкурирующих процессов.

Список литературы

1. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 608 с.
2. Коваленко Н. С., Самаль С. А. Вычислительные методы реализации интеллектуальных моделей сложных систем. – Минск: Беларуская навука, 2004. – 166 с.