

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИНЦИПОВ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Е.В. Варган, 2 курс

Научный руководитель – **О.В. Володько**, к.э.н., доцент
Полесский государственный университет

Современные компании стремятся к увеличению производительности и эффективности бизнес-процессов, что требует постоянного повышения качества управления производством и реализацией продукции.

Для решения такого класса задач используется такая область прикладной математики, как линейное программирование. Линейное программирование — это математический численный метод для оптимизации моделей, в которых целевые функции и ограничения строго являются уравнениями линейной алгебры. Модель линейного программирования включает целевую функцию, ограничения в виде линейных уравнений или неравенств и требование неотрицательности переменных [2].

Линейное программирование позволяет оптимизировать производственные процессы во всех отраслях национальной экономики: при разработке производственной стратегии предприятия, при размещении заказов, планировании их выполнения в течение временных промежутков, при определении оптимального ассортимента выпускаемой продукции, выполнении задач планирования и управления, при определении грузопотоков, товарооборота и т. д. Особенно широко применяются методы линейного программирования при решении транспортных задач и задач экономии дефицитных ресурсов.

Линейное программирование работает только с линейными функциями, но именно они чаще всего используются для описания отдельных элементов и процессов бизнеса [1, с. 85].

Рассмотрим на практике применение линейного программирования. Для этого своей целью поставим оптимизацию производительности труда на предприятии.

Представим, что у нас есть три работника (P1, P2 и P3), каждый из которых отвечает за определённые виды работ. Предприятие выпускает на рынок два основных продукта А и Б.

Время работы над своей частью продукта у каждого сотрудника разное. Пусть условно работники тратят единицы своего времени так: при работе над продуктом А работнику P1 требуется 12 единиц, работнику P2 – 4 единицы, работнику P3 – 3 единицы, в то же время, при работе над продуктом Б работникам P1 и P2 требуется 4 единицы, а работнику P3 – 12 единиц.

Прибыльность у продуктов разная: для продукта А – 30 условных единиц, а для продукта Б – 40. Рабочее время работника P1 на заданный период – 300 единиц, работника P2 – 120, а P3 – 252 единицы.

Следует определить при каких условиях работы прибыль проекта будет максимально высокой. Для этого составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} 12x_1 + 4x_2 \leq 300; \\ 4x_1 + 4x_2 \leq 120; \\ 3x_1 + 12x_2 \leq 252. \end{cases}$$

где x_1 – это количество продуктов типа А, а x_2 – количество продукта Б. Все переменные больше нуля.

Цель – найти максимум, который может принимать функция $F(x) = 30x_1 + 40x_2$.

Для решения задачи уравнения приводятся к равенствам, для этого в них вводятся дополнительные переменные (тоже неотрицательные).

$$\begin{cases} 12x_1 + 4x_2 + x_3 = 300; \\ 4x_1 + 4x_2 + x_4 = 120; \\ 3x_1 + 12x_2 + x_5 = 252. \end{cases}$$

Далее составляется симплекс-таблица (в соответствии с симплекс-методом это будет несколько итераций с разными ведущими строками).

Вводятся дополнительные переменные, которые обозначают излишки ресурсов, остающихся в производстве данного оптимального плана.

Система уравнений решается относительно базисных переменных: x_3, x_4, x_5 . Предполагается, что свободные переменные равны 0, поэтому первый опорный план будет иметь вид:

$$X_0 = (0, 0, 300, 120, 252)$$

Таблица 1. – Начальная симплекс таблица

Базисные переменные	Свободный член, b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Отношение $\frac{b_i}{a_{ik}}$
x_3	300	12	4	1	0	0	-
x_4	120	4	4	0	1	1	-
x_5	252	3	12	0	0	0	-
F	0	-30	-40	0	0	0	-

Примечание – составлено автором по источнику [3].

Исходя из таблицы 1, можно сказать, что текущий опорный план не оптимален, так как в индексной строке находятся отрицательные коэффициенты. Следовательно, с помощью симплекс метода доводим таблицу до такого состояния, пока все коэффициенты в индексной строке не будут положительными.

Итоговая таблица будет иметь вид:

Таблица 2. – Итоговая симплекс таблица

Базисные переменные	Свободный член, b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Отношение $\frac{b_i}{a_{ik}}$
x_3	84	0	0	1	-11/3	8/9	-
x_1	12	1	0	0	1/3	-1/9	-
x_2	18	0	1	0	-1/12	1/9	-
F	1080	0	0	0	20/3	10/9	-

Примечание – составлено автором по источнику [3].

Согласно таблице 2, оптимальный план можно записать так:

$$x_1 = 12, x_2 = 18$$

Целевая функция приобретает следующий вид:

$$F(X) = 30 \cdot 12 + 40 \cdot 18 = 1080$$

Проанализировав результаты, можно сделать вывод, что прибыль будет максимальной, если предприятие будет выпускать 12 продуктов типа А и 18 продуктов типа Б. Она составит 1080 условных единиц. При этом работники P1 и P2 будут загружены на 100%. Чтобы получить такие результаты предприятию потребуется нанять работника P3, который будет иметь резерв в 84 единицы времени.

В данном примере применение принципов линейного программирования позволило улучшить планирование производства, оптимизировать использование ресурсов и увеличить объемы продаж. В целом математическая модель позволяет найти оптимальные решения для различных сценариев и условий, что способствует повышению эффективности производственных процессов.

В заключении можно отметить, что применение принципов линейного программирования в организации позволяет выбирать из множества допустимых планов наиболее выгодный (оптималь-

ный). Дальнейшее исследование в этой области может способствовать развитию новых методов оптимизации бизнес-процессов и улучшению конкурентоспособности организации на рынке.

Список использованных источников

1. Гурбанбердиева А., Атаджанова Б.Э. Использование линейного программирования для решения задач распределения ресурсов //Всемирный ученый. – 2024. – Т. 1. – №. 18. – 82 - 87 с.
2. Линейное программирование [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://cyclowiki.org/wiki/> - Дата доступа: 04.04.2024.
3. Применение принципов линейного программирования для оптимизации бизнес-процессов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://projecto.pro/blog/theory/primenenie-princzipov-linejnogo-programmirovaniya-dlya-optimizaczii-biznes-proczessov//> - Дата доступа: 04.04.2024.