

**ПЛАНИРОВАНИЕ СОСТАВА МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ОРГАНИЧЕСКИХ  
УДОБРЕНИЙ С ОПТИМАЛЬНЫМИ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИМИ  
СВОЙСТВАМИ БЕЗ ТОРФА**

**Копытков Владимир Васильевич, д.с.-х.н., профессор<sup>1</sup>,**

**Кулик Александр Антонович, соискатель<sup>1</sup>,**

**Министр лесного хозяйства Республики Беларусь,**

**Авдашкова Людмила Павловна, к.ф.-м.н., доцент<sup>2</sup>,**

**Савченко Виталий Викторович, м.н.с.<sup>1</sup>**

**<sup>1</sup>Институт леса НАН Беларуси**

**<sup>2</sup>Белорусский торгово-экономический университет потребительской кооперации**

Kopytkov Vladimir, Doctor of Agricultural Sciences, Professor, kopytkov@mail.ru<sup>1</sup>

Kulik Alexander, Minister of Forestry of the Republic of Belarus, mlh@mlh.gov.by

Avdashkova Lyudmila, Ph.D., Associate Professor, avdashkova@mail.ru<sup>2</sup>

Savchenko Vitaly, M.Sc., sav4enko.1994@mail.ru<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institute of Forestry of the National Academy of Sciences of Belarus,

<sup>2</sup>Belarusian University of Trade and Economics of Consumer Cooperation

**Аннотация.** В статье показаны перспективы использования математического моделирования для получения новых видов органических удобрений. Показаны технологии получения органических удобрений пролонгированного действия с заданными физико-химическими свойствами. Установлены зависимости концентраций всех ингредиентов и целевых добавок для получения оптимальных органических удобрений без использования торфа.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, физико-химические свойства, органические удобрения.

Использование методов планирования эксперимента позволяет значительно сократить объем полевых и лабораторных исследований при изучении многокомпонентных систем, а также отпадает необходимость в закладке лесохозяйственных натуральных опытных объектов. При этом сохраняется возможность графического интерпретирования полученных результатов. При планировании эксперимента для решения задач на диаграммах состав-свойство предполагается, что измеряемое свойство является непрерывной функцией аргументов и может быть с достаточной точностью определено полиномом.

При изучении физико-химических свойств органических удобрений пролонгированного действия факторное пространство представляет собой правильный  $(q-1)$ -мерный симплекс. Поверхности отклика в многокомпонентных системах имеют сложный характер. Для адекватного описания таких поверхностей необходимы полиномы высоких степеней и большое количество опытов. Обычный полином степени  $n$  от  $q$  переменных имеет  $C_{q+n}^n$  коэффициентов:

$$y = b_0 + \sum_{1 \leq i \leq q} b_i \cdot x_i + \sum_{11 \leq i \leq j \leq q} b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{1 \leq i \leq j \leq k \leq q} b_{ijk} \cdot x_i \cdot x_j \cdot x_k + \dots$$

Шеффе предложил описывать свойства смесей приведенными полиномами, полученными из уравнения с учетом условия нормированности суммы независимых переменных.

Модель первого порядка для q-компонентного состава:

$$\hat{y} = \sum_{1 \leq i \leq q} \beta_i x_i$$

где  $\beta_i = y_i$ .

Модель второго порядка для q-компонентного состава:

$$\hat{y} = \sum_{1 \leq i \leq q} \beta_i x_i + \sum_{m=2}^n \beta_{ij} x_i x_j$$

где  $\beta_i = y_i$ ,  $\beta_{ij} = 4y_{ij} - 2y_i - 2y_j$ .

Аналогично определяются модели более высоких порядков.

Полный переход к модели более высокого порядка путем достройки симплексной решетки осуществляют в том случае, если модель окажется неадекватной при верификации. Иногда можно не делать полный переход к полиному более высокой степени. Для этого можно добавить к имеющемуся неадекватному полиному некоторые члены из полинома более высокой степени (переход от полинома второй степени к полиному неполной третьей степени), добавить к плану второго порядка тройных точек с равными пропорциями компонентов, увеличить информацию о центральной области симплекса без резкого увеличения степени полинома. В таком случае можно добавлять, например, к планам второго или третьего порядка средние точки из плана четвертого порядка. Аналогичным образом можно усиливать информацию о любой части симплекса.

После определения оценок коэффициентов уравнения регрессии проводится статистический анализ полученных результатов: проверяется адекватность уравнения, строятся доверительные интервалы значений отклика, предсказываемые по уравнению регрессии. «Симплекс-решетчатые» планы Шеффе не имеют степеней свободы [1], поэтому для проверки адекватности проводят опыты в дополнительных «контрольных точках». Полученные аппроксимирующие модели различных порядков могут быть использованы для предсказания откликов в любой точке симплекса. Точность предсказания отклика какой-либо фиксированной моделью различна в разных точках симплекса и кроме координат точки зависит также от экспериментальной ситуации (дисперсии опыта, количества параллельных наблюдений в узлах симплексной решетки). Зная дисперсию предсказанного значения отклика и число параллельных опытов  $r$ , легко найти ошибку предсказанных значений отклика в любой точке диаграммы «состав-свойство». Так как оптимальные значения концентраций ингредиентов органоинеральных субстратов для одних свойств максимальны, а для других минимальны, то на основании применения коэффициентов значимости можно определить концентрации, которые будут способствовать оптимальному проявлению сразу нескольких ингредиентов.

В настоящее время для оптимизации органических удобрений наибольшее применение получили симплекс-решетчатые планы. Эти планы обеспечивают равномерный разброс экспериментальных данных по (q-1)-мерному симплексу. Экспериментальные точки представляют {q,n}-решетку на симплексе (где q – число ингредиентов смеси, n – степень полинома)[1].

По каждому ингредиенту имеется (n+1) одинаково расположенных уровней  $x_i=0, 1/n, 2/n, \dots, 1$  и берутся все возможные комбинации с такими значениями концентраций ингредиентов.

Для полинома второго порядка трехкомпонентной смеси при предположении, что  $x_i$  определяется без ошибок, дисперсия воспроизводимости  $S_y^2$  во всех точках плана одинакова, и значения откликов является результатом усреднения  $n_i$  и  $n_j$  параллельных опытов в соответствующих точках симплекса. Тогда уравнение дисперсии имеет вид:

$$S_y^2 = S_y^2 \cdot \left( \sum_{1 \leq i \leq q} \frac{a_i^2}{n_i} + \sum_{1 \leq i < j \leq q} \frac{a_{ij}^2}{n_{ij}} \right),$$

где  $a_i = x_i \cdot (2 \cdot x_i - 1)$ ;

$$a_{ij} = 4 \cdot x_i \cdot x_j.$$

Для графического представления результатов исследований использовали средние значения экспериментальной величины, полученной по результатам 5-10 измерений.

В последние годы большое внимание уделяется вопросам получения и использования органических удобрений для выращивания микоризованного стандартного посадочного материала. Органические удобрения могут совершенствоваться в зависимости от выращивания лесных пород.

Концентрации ингредиентов в органоминеральных субстратах должны обеспечивать получение свойств с максимальной влагоудерживающей способностью (функция отклика  $y_1$ ) и содержанием элементов питания (функция отклика  $y_2$ ). В связи с этим важно определить концентрации всех ингредиентов в субстрате [2].

Планирование эксперимента в задачах сорганиминеральными субстратами предполагает изучение диаграмм «состав-свойство» и «состав-состояние». Для этого необходимо полное описание системы, при котором приходится учитывать условие нормированности суммы независимых переменных  $x_i$  ( $i=1,2,\dots,q$ ), определяющих концентрацию соответствующего ингредиента в композиционном полимерном препарате:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_q = 1, x_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, q),$$

где  $q$  – количество ингредиентов в препарате.

При построении диаграмм «состав-свойство» оперируют с факторным пространством в виде симплексов, поэтому целесообразным оказывается определение координат компонент не в обычной системе координат, а в специальной – симплексной, в которой пропорции каждого компонента откладываются вдоль соответствующих граней (ребер) симплекса.

Геометрическое место точек, удовлетворяющее условию нормированности суммы переменных, представляет собой  $(q-1)$ -мерный правильный симплекс (треугольник для  $q=3$ , тетраэдр для  $q=4$  и т.д.) Каждой точке такого симплекса соответствует смесь определенного препарата, и, наоборот, любой комбинации относительных содержаний  $q$  компонентов соответствует определенная точка на симплексе.

Увеличение числа ингредиентов в органоминеральных субстратах на одну единицу приводит к рассмотрению четырехкомпонентной смеси. В этом случае для определения координаты  $x_1$  какой-нибудь точки трехмерного симплекса – правильного тетраэдра – необходимо провести через нее плоскость, параллельную двумерной грани тетраэдра с ребром пропорций третьего компонента, и взять отсекаемый этой плоскостью на оси  $x_1$  отрезок.

Таким образом, геометрическое место точек, удовлетворяющих условию нормированности суммы независимых переменных, представляет собой  $(q-1)$ -мерный правильный симплекс. Каждой точке такого симплекса соответствует композиция вполне определенного состава, и, наоборот, любому набору уровней компонентов  $x_i$ , удовлетворяющих условию нормированности суммы независимых переменных, соответствует определенная точка симплекса.

Множество координат точек симплексной решетки образует матрицу планирования. Оценки коэффициентов аппроксимирующего приведенного полинома степени  $n$ , учитывая свойство насыщенности плана, получаются методом подстановки: для получения расчетных формул в полином последовательно подставляются координаты всех точек плана  $\{q,n\}$ -решетки, реализуются опыты (таблица), определяются отклики системы  $y$  и подставляются вместо выходов системы.

Под  $y$  могут подразумеваться как результаты единичного определения, так и средние значения нескольких определений. Удобно ввести специальные обозначения для этих откликов. Отклик для смесей, содержащих только один ненулевой компонент (вершины симплекса, т.е. точки с координатами  $(0, \dots, 0; 1; 0, \dots, 0)$ ), обозначается через  $y_i$ , отклик для 1:1 бинарной смеси компонентов  $i$  и  $j$  – через  $y_{ij}$  ( $i < j$ ), отклик для 1:1:1 тройной смеси компонентов  $i, j, k$  – через  $y_{ijk}$  ( $i < j < k$ ), отклик для 2:1 и 1:2 бинарных смесей компонентов  $i$  и  $j$  соответственно – через  $y_{iij}$  и  $y_{ijj}$  ( $i < j$ ) т.д.

Таблица – Число опытов для полиномов разных степеней

Число компонентов, $q$	Степень полиномов, $n$			
	2	3 (неполная)	3	4
3	6	7	10	15
4	10	14	20	35
5	15	25	35	70
6	21	41	56	126
8	36	92	12	330
10	55	175	220	715

В общем случае индексы у откликов у вводятся с тем расчетом, чтобы их общее число было равно  $n$ ; число различных индексов указывало бы количество компонентов, применяемых в соответствующей данной точке смеси; число одинаковых индексов показывало бы относительное содержание компонентов.

Метод математического планирования эксперимента в исследованиях оптимального набора ингредиентов в субстратах в лабораторных условиях, а также в полевых условиях лесного питомника позволяет минимизировать количество проводимых опытов, получить математические модели, устанавливающие оптимальные концентрации целевых добавок композиционного состава для получения максимального лесоводственного и экологического эффекта.

Нами разработаны новые органические удобрения, которые используются в народном хозяйстве не только в Беларуси, но и в Казахстане и Монголии.

*Исследования выполнены при финансовой поддержке БРФФИ в рамках международного проекта №Б23МН-001.*

#### Список использованных источников

1. Гартман, Т. Н. Основы компьютерного моделирования химико-технологических процессов / Т. Н. Гартман, Д. В. Клушин. — М.: ИКЦ «Академкнига», 2006. — 416 с.
2. ТКП 575-2015 (33090). Устойчивое лесопользование и лесопользование. Наставление по выращиванию посадочного материала древесных и кустарниковых видов в лесных питомниках Республики Беларусь – Мн.: Минлесхоз, 2015 г. – 60 с.