ISSN 0002–354X

ДОКЛАДЫ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

ТОМ 50

2

МАРТ–АПРЕЛЬ

2006

ДОКЛАДЫ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

Выходит шесть номеров в год

Журнал основан в июле 1957 года

МИНСК, БЕЛОРУССКАЯ НАУКА, 2006, ТОМ 50, № 2

Учредитель – Национальная академия наук Беларуси

Адрес редакции:
220072, Минск, пр. Независимости, 66, к. 404,
т. 284–19–19
http://www.ac.by/publications/dan/
E-mail: belnauka@infonet.by

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Емеличев В. А., Кузьмин К. Г. О радиусе устойчивости векторной задачи целочисленного линейного программирования в метрике l_1 ... 5

Слепченков Н. Л. Об отсутствии целых решений квазилинейного эллиптического уравнения ... 9

Алехно Е. А., Забрейко П. П., Шевелевич К. В. Теоремы Хикса и Ле-Шателье–Самуэльсона для уравнений в идеальных пространствах ... 13

Мастяница В. С., Смажевский Р., Шешко М. А. Решение в замкнутой форме одного класса сингулярных интегральных уравнений с ядром Коши первого рода ... 20

Коваленко Н. С., Павлов П. А. Системы одинаково-распределенных конкурирующих процессов в условиях ограниченного параллелизма и их оптимальность ... 25

Ядченко А. А. Копростые автомарфизмы и нормальные подгруппы неприводимых линейных групп ... 30

ИНФОРМАТИКА

Рылов А. С. Оценка качества нормализации характеристических векторов при распознавании речевых образов ... 32

ФИЗИКА

Пилипович В. А., Есман А. К., Гончаренко И. А., Кулешов В. К. Интегральный оптический векторно-матричный умножитель ... 36

Комаров Ф. Ф., Мильчанин О. В. Развитие технологии формирования структур кремний-на-изоляторе . 41

ХИМИЯ

Ландо Д. Ю., Фридман А. С., Арутюнян С. Г., Варданян В. И. Представление параметров связывания для комплексов ДНК с лигандами при использовании двух бесконечных рядов (статья на английском языке)........ 46

БИОЛОГИЯ

Лемеш В. А., Богданова М. В., Хотылева Л. В. *RAPD* анализ межвидовой генетической изменчивости и филогенетических связей видов льна (*Linum* L.)........ 51
Мозгова Г. В., Орлов П. А., Шалыго Н. В. Особенности хлорофиллообразования в альбиносных растениях, полученных в культуре пыльников пшеницы........ 55
Квач С. В., Шахбазов А. В., Ярмолинский Д. Г., Картель Н. А., Зинченко А. И. Получение рекомбинантной нуклеозидфосфотрансферазы *Erwinia Herbicola* и ее применение для синтеза аденинарабинозид-5'-монофосфата........ 59

МЕДИЦИНА

Малиновский Г. Ф. Новый подход в хирургическом лечении больных с рецидивами хронических дакриоциститов........ 64
Кириллов В. А., Стебеняева Е. Е., Демидчик Е. П. Морфометрический анализ агрегатов тиреоцитов при папиллярном раке и его регионарных метастазах........ 67

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Точицкий Э. И., Милашевская И. Г., Станкевич Е. В., Бондаренко В. П., Сидоренко Г. И., Золотухина С. Ф. О возможности использования нанопористого кремния для определения концентрации холестерина........ 73
Сорокин В. В. Критический режим течения жидкости и характеристики вихревой форсунки........ 79
Артюхина Н. К., Шкадаревич А. П. Методика расчета панкратических зеркальных объективов........ 82
Сычевский В. А. Расчет упруговязких деформаций древесины в процессе сушки........ 86
Карпов В. А.. Ковалев А. В.. Ратько А. И., Мальченко Н. С. Термохимический газоанализатор повышенной чувствительности для систем контроля и управления сжиганием........ 92

СОЦИАЛЬНО-ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ

Бураков В. С., Кирис В. В., Клячковская Е. В., Кожух Н. М., Карандашева Т. И., Райков С. Н. Лазерная спектральная и историко-искусствоведческая экспертиза картины Юбера Робера (XYIII в.) из Национального художественного музея Республики Беларусь........ 96
Марков А. В. Инновационная политика: область юрисдикции........ 103
Марушко Д. А. Влияние информационных технологий на реализацию концепции устойчивого развития Республики Беларусь........ 108
Никитенко П. Г., Платонова Л. А. Самоорганизация и конкурентоспособность на макро- и микроуровнях в социально-экономических системах........ 112

АГРАРНЫЕ НАУКИ

Карпович В. Ф. Экономическая оценка функционирования системы маркетинговых коммуникаций в предприятиях аграрной сферы........ 116
Горчаков В. А. Кормовые добавки на основе микробных белков в комбикормах для ремонтного молодняка кур........ 120

Технический редактор Т. В. Летьен
Компьютерная верстка Л. В. Харитонова

Сдано в набор 21.03.2006. Выпуск в свет 28.04.2006. Формат 60×84$^1/_8$. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 14,88. Усл. кр.-отт. 15,81. Уч.-изд. л. 16,4. Тираж 270 экз. Заказ 132.

Республиканское унитарное предприятие «Издательский дом «Белорусская наука». Лиц. № 02330/0131569 от 11.05.2005 г. 220141. Минск, Ф. Скорины, 40. Свидетельство 453.

Отпечатано в РУП «Издательский дом «Белорусская наука».

DOKLADY
OF THE NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF BELARUS

Published bimonthly

The journal has been published since July, 1957

MINSK, BELORUSSKAYA NAUKA, 2006, Vol. 50, No 2

Founder — National Academy of Sciences of Belarus

Address of the Editorial Office:
220072, Minsk, Prospekt Nezavisimosti, 66, room 404,
telephone: 284–19–19
http://www. ac. by/publications/dan/
E-mail: belnauka@infonet. by

CONTENTS

MATHEMATICS

Emelichev V. A., Kuzmin K. G. Stability radius of the vector problem of integer linear programming for the case of l_1 metrics 5
Slepchenkov N. L. Nonexistence of entire solutions of the quasi linear elliptic equation 9
Alekhno E. A., Zabreiko P. P., Shevelevich K. V. Theorems of Hicks and le Chatelier-Samuelson for the equations in ideal spaces 13
Mastyanitsa V. S., Smazhevsky R., Seshko M. A. Closed-form solution of one class of singular integral equations with the Cauchy kernel of type one 20
Kovalenko N. S., Pavlov P. A. Efficiency and optimality of identically-distributed systems of competing processes in the conditions of limited parallelism 25
Yadchenko A. A. Coprime automorphisms and normal subgroups of irreducible linear groups 30

INFORMATICS

Rylov A. S. Qualitative evaluation of normalization of characteristic vectors for speech pattern recognition 32

PHYSICS

Pilipovich V. A., Esman A. K., Goncharenko I. A., Kuleshov V. K. Integral optical vector-matrix multiplier ... 36

Komarov F. F., Milchanin O. V. Technology expansion of silicon-based insulator structure formation.............. 41

CHEMISTRY

Lando D. Y., Fridman A. S., Haroutiunian S. G., Vardanyan V. I. Representation of binding parameters for dna-ligand complexes using two infinite series characterizig long-range ligand-ligand interaction along the double helix.............. 46

BIOLOGY

Lemesh V. A., Shut M. V., Khotyleva L. V. *RAPD* analysis of interspecific genetic variation and phylogenetic relations of flax species (genus *Linum* L.).............. 51

Mozgova G. V., Orlov P. A., Shlygo N. V. Peculiarities of chlorophyll formation in albino plants produced by wheat anther culture.............. 55

Kvach S. V., Shahbazov A. V., Jarmolinski D. G., Kartel N. A., Zinchenko A. I. Production of *Erwinia herbicola* recombinant nucleoside phosphotransferase and its use for synthesis of adenine arabinoside-5'-monophosphate.............. 59

MEDICINE

Malinovsky G. F. New approaches to surgical treatment of patients with recurrences of chronic dacryocistitis.... 64

Kirillov V. A., Stebenyeva E. E., Demidchik E. P. Morphometric analysis of thyrocyte aggregates with papillary cancer and its regional metastases.............. 67

TECHNICAL SCIENCES

Tochitsky E. I., Milashevskaya I. G., Stankevich E. V., Bondarenko V. P., Sidorenko G. I., Zolotuhina S. F. Possibility of nanoporous silicon use for determining cholesterin concentration.............. 73

Sarokin U. U. Critical fluid flow regime and vortex atomizer characteristics.............. 79

Artyukhina N. K., Shkadarevich A. P. Methods of calculation of zoom mirror objectives.............. 82

Sychevskii V. A. Calculation of elastoviscous deformation of wood at drying.............. 86

Karpov V. A., Kovalev A. V., Ratko A. I., Malchenko N. S. Thermochemical gas analyzer of elevated sensitivity for monitoring systems and incineration control.............. 92

SOCIAL SCIENCES AND HUMANITIES

Burakov V. S., Kiris V. V., Kliyachkouskaya A. V., Kozhukh N. M., Karandasheva T. I., Raikov S. N. Laser spectral, historical and art examination of Hubert Robert easel painting (XVIII century) from the National Art Museum of the Republic of Belarus.............. 96

Markov A. V. Innovation policy: jurisdiction.............. 103

Maroushko D. A. Influence of information technologies on the concept of the sustainable development in the Republic of Belarus.............. 108

Nikitenko P. G., Platonova L. A. Self-organization and competitiveness on macro-and microlevels in social-economic systems.............. 112

AGRICULTURE

Karpovich V. F. Economic evaluation of functioning of a marketing communication system in agricultural enterprises.............. 116

Gorchakov V. A. Feed additions based on microbe proteins of chicks.............. 120

Доклады Национальной академии наук Беларуси

2006 март–апрель Том 50 № 2

УДК 681.3.06:519

Н. С. КОВАЛЕНКО, П. А. ПАВЛОВ

СИСТЕМЫ ОДИНАКОВО-РАСПРЕДЕЛЕННЫХ КОНКУРИРУЮЩИХ ПРОЦЕССОВ В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕННОГО ПАРАЛЛЕЛИЗМА И ИХ ОПТИМАЛЬНОСТЬ

(Представлено академиком И. В. Гайшуном)

Белорусский государственный экономический университет *Поступило 17.10.2005*

Введение. В связи с широким распространением принципов распределенной обработки параллельных процессов актуальными являются проблемы построения и исследования математических моделей этого вида параллелизма, изучения режимов взаимодействия процессов в многопроцессорных системах, комплексах и сетях ЭВМ. Данное сообщение является продолжением работы [1], в которой решены задачи сравнительного анализа времен реализации множества одинаково–распределенных процессов в асинхронном и двух синхронных режимах с учетом дополнительных системных расходов, сформулированы и доказаны необходимые и достаточные условия эффективности таких систем конкурирующих процессов в условиях достаточного параллелизма.

В настоящей работе сформулированы и доказаны математические критерии существования эффективных систем конкурирующих процессов в условиях ограниченного параллелизма, получены необходимые и достаточные условия оптимальности таких систем.

1. Математическая модель распределенной обработки конкурирующих процессов. Как и в [1] математическая модель распределенной обработки конкурирующих процессов включает в себя p, $p \geq 2$, процессоров многопроцессорной системы, n, $n \geq 2$, конкурирующих процессов, s, $s \geq 2$, блоков структурированного на блоки программного ресурса, матрицу $[t_{ij}]$, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,s}$, времен выполнения блоков программного ресурса конкурирующими процессами. Введем в рассмотрение параметр $\varepsilon > 0$, характеризующий время, затрачиваемое многопроцессорной системой (накладные расходы) на организацию параллельного использования блоков программного ресурса множеством распределенных конкурирующих процессов. Предполагается, что все n процессов используют одну копию структурированного на блоки программного ресурса.

Определение 1. Систему конкурирующих процессов будем называть *одинаково–распределенной*, если времена t_{ij} выполнения блоков Q_j, $j = \overline{1,s}$, программного ресурса каждым из i-х процессов совпадают и равны t_i для всех $i = \overline{1,n}$, т. е. справедлива цепочка равенств $t_{i1} = t_{i2} = \ldots = t_{is} = t_i$ для всех $i = \overline{1,n}$.

Обозначим $T^n = \sum_{i=1}^{n} t_i$ суммарное время выполнения каждого из блоков Q_j всеми n процессами.

2. Эффективность систем одинаково-распределенных конкурирующих процессов в условиях ограниченного параллелизма. В [2, 3] введены и исследованы базовые *асинхронный* и *второй синхронный* режимы, возникающие при организации распределенных процессов в условиях конкуренции за общий программный ресурс. Для вычисления наименьшего общего времени выполнения множества конкурирующих неоднородных, однородных и одинаково-распределенных процессов в рамках этих режимов получены различные математические соотношения. С учетом параметра $\varepsilon > 0$, характеризующего время дополнительных системных расходов на организацию параллельного использования блоков множеством распределенных конкурирующих процессов, для вычисления минимального общего времени в *асинхронном* и *втором синхронном* режимах для класса *одинаково-распределенных* конкурирующих процессов в случае, когда число процессоров является *ограниченным*, т. е. $s > p$, имеют место формулы:

$$T(p,n,s,\varepsilon)=\begin{cases} kT_\varepsilon^n+(p-1)t_{\max}^\varepsilon, & \text{при } s=kp,\ k>1,\\ (k+1)T_\varepsilon^n+(r-1)t_{\max}^\varepsilon, & \text{при } s=kp+r,\ k\ge 1,\ 1\le r<p,\end{cases} \qquad (1)$$

где $T_\varepsilon^n=\sum_{i=1}^{n} t_i^\varepsilon$ – суммарное время выполнения каждого из блоков Q_j всеми n процессами с учетом накладных расходов ε, $t_{\max}^\varepsilon=\max\limits_{1\le i\le n} t_i^\varepsilon$, $t_i^\varepsilon=t_i+\varepsilon$.

Определение 2. Одинаково-распределенную систему конкурирующих процессов будем называть *эффективной* при фиксированных p, $s\ge 2$, если выполняется соотношение $\Delta_\varepsilon(n)=sT^n-T(p,n,s,\varepsilon)\ge 0$, где sT^n – время выполнения блоков Q_j, $j=\overline{1,s}$, всеми n процессами в последовательном режиме.

При наличии двух эффективных одинаково-распределенных систем конкурирующих процессов будем считать, что первая более эффективна, чем вторая, если величина $\Delta_\varepsilon(n)$ первой системы не меньше соответствующей величины второй. Следующее утверждение устанавливает достаточное условие эффективности одинаково-распределенной системы конкурирующих процессов в условиях ограниченного числа процессоров для асинхронного и второго синхронного режимов.

Теорема 1. *Если параметры одинаково-распределенной системы $n\ge 3$ конкурирующих процессов в многопроцессорной системе с p процессорами удовлетворяют соотношениям $s\ge 3$, $n=s\ne 3$ и $0<\varepsilon\le\min\limits_{1\le i\le n} t_i$, то рассматриваемая система будет эффективной, если выполняются условия*

$$sn\ge\begin{cases} 2(kn+p-1), & \text{если } s=kp,\ k>1,\\ 2((k+1)n+r-1), & \text{если } s=kp+r,\ k\ge 1,\ 1\le r<p.\end{cases}$$

Доказательство. Для случая $s=kp$, $k>1$, условие эффективности с учетом (1) равносильно неравенству

$$(s-k)T^n-(p-1)t_{\max}^n\ge(kn+p-1)\varepsilon, \text{ где } t_{\max}^n=\max_{1\le i\le n} t_i^n..$$

В силу того, что $0<\varepsilon\le\min\limits_{1\le i\le n} t_i$, имеем

$$\frac{(s-k)T^n-(p-1)t_{\max}^n}{\varepsilon}\ge(s-k)n-(p-1)\ge kn+p-1\,.$$

Из последней цепочки неравенств следует, что $sn\ge 2(kn+p-1)$.

Случай, когда $s=kp+r$, $k\ge 1$, $1\le r<p$, доказывается аналогично.

Определение 3. Одинаково распределенная система конкурирующих процессов называется *стационарной*, если выполняется цепочка равенств $t_1=t_2=\ldots=t_n=t$.

Ниже для асинхронного и второго синхронного режимов формулируется и доказывается необходимое и достаточное условие существования эффективной системы одинаково-распределенных конкурирующих процессов в случае ограниченного параллелизма в зависимости от величины накладных расходов ε.

Т е о р е м а 2. *Для существования эффективной одинаково распределенной системы конкурирующих процессов с заданными параметрами* $p \ge 3$, T^n, $\varepsilon > 0$ *необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие условия:*

$$1)\ \textit{при}\ s = kp,\ k > 1,\ \varepsilon \le \begin{cases} \varphi_1\left(\dfrac{1+\sqrt{p}}{k}\right), & \textit{если}\ \dfrac{1+\sqrt{p}}{k}\ -\ \textit{целое}, \\ \max\left\{\varphi_1\left(\left[\dfrac{1+\sqrt{p}}{k}\right]\right),\ \varphi_1\left(\left[\dfrac{1+\sqrt{p}}{k}\right]+1\right)\right\}, & \textit{если}\ \dfrac{1+\sqrt{p}}{k}\ -\ \textit{нецелое}, \end{cases}$$

где $\varphi_1(x) = (p-1)T^n(kx-1)/x(kx+p-1)$, *а* $[x]$ *– наибольшее целое, не превосходящее* x*;*

$$2)\ \textit{при}\ s = kp + r,\ k \ge 1,\ 1 \le r < p,\ \varepsilon \le \begin{cases} \varphi_2(x), & \textit{если}\ x\ -\ \textit{целое}, \\ \max\{\varphi_2([x]),\ \varphi_2([x]+1)\}, & \textit{если}\ x\ -\ \textit{нецелое}, \end{cases}$$

где $\varphi_2(x) = \dfrac{[(p-1)kx + (r-1)(x-1)]\ T^n}{x\ [(k+1)x + r - 1]}$, $[x]$ *– наибольшее целое, не превосходящее* x,

где $x = \dfrac{r-1}{(p-1)k + r - 1}\left(1 + \sqrt{1 + \dfrac{(p-1)k + r - 1}{k+1}}\right)$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. В случае стационарной одинаково-распределенной системы конкурирующих процессов в асинхронном и втором синхронном режимах минимальное общее время $\overline{T}_\varepsilon$ с учетом параметра $\varepsilon > 0$ определяется равенством

$$\overline{T}_\varepsilon = \begin{cases} (kn + p - 1)t_\varepsilon, & \textit{при}\ s = kp,\ k > 1, \\ ((k+1)n + (r-1))t_\varepsilon, & \textit{при}\ s = kp + r,\ k \ge 1,\ 1 \le r < p, \end{cases} \tag{2}$$

где $t_\varepsilon = T^n / n + \varepsilon$, $T^n = nt$.

Условие эффективности одинаково-распределенной системы конкурирующих процессов с учетом (2) в случае $s = kp,\ k > 1$, определяется соотношением

$$\overline{\Delta}_\varepsilon(s = kp) = (p-1)(kT^n - t) - (kn + p - 1)\varepsilon \ge 0,$$

которое равносильно выполнению неравенства

$$\varepsilon \le \frac{(p-1)T^n(kn-1)}{n(kn + p - 1)}.$$

Введем в рассмотрение функцию $\varphi_1(x) = (p-1)T^n(kx-1)/x(kx+s-1)$, которая при $x > 0$ достигает своего максимума в точке $x = \dfrac{1+\sqrt{p}}{k}$.

В случае $s = kp + r,\ k \ge 1,\ 1 \le r < p$, условие эффективности одинаково-распределенной системы конкурирующих процессов с учетом (2) определяется неравенством

$$\overline{\Delta}_\varepsilon(s = kp + r) = (p-1)kT^n + (r-1)(T^n - t) - ((k+1)n + r - 1)\varepsilon \ge 0,$$

с учетом, что $t = T^n/n$, это равносильно

$$\varepsilon \le \frac{[(p-1)nk + (r-1)(n-1)]T^n}{[(k+1)n + r - 1]n}.$$

При $x>0$ функция $\varphi_2(x)=\frac{[(p-1)kx+(r-1)(x-1)]T^n}{[(k+1)x+r-1]x}$ достигает своего максимума в точке $x=\frac{r-1}{(p-1)k+r-1}\left(1+\sqrt{1+\frac{(p-1)k+r-1}{k+1}}\right)$. Теорема доказана.

3. Оптимальность одинаково-распределенных систем конкурирующих процессов.

О п р е д е л е н и е 4. Эффективная одинаково-распределенная система называется *оптимальной*, если величина Δ_ε достигает наибольшего значения.

В [1] показано, что оптимальную одинаково-распределенную систему достаточно искать среди эффективных одинаково-распределенных систем. Решение задач об оптимальности одинаково-распределенной системы, состоящей из n конкурирующих процессов, в случае достаточного числа процессоров для трех базовых режимов и для асинхронного и второго синхронного режимов в случае ограниченного параллелизма следует из следующих теорем.

Т е о р е м а 3. *Для того чтобы эффективная одинаково-распределенная система конкурирующих процессов была оптимальной при заданных* $2\le s\le p$, T^n, $\varepsilon>0$, *необходимо и достаточно, чтобы она была стационарной и число процессов* n *в системе равнялось одному из чисел*

$$\left[\left[\sqrt{\frac{(s-1)T^n}{\varepsilon}}\right],\ \left[\sqrt{\frac{(s-1)T^n}{\varepsilon}}\right]+1\right]\cap[2,n],$$

в котором функция $\overline{\Delta}_\varepsilon(x)$ *достигает наибольшего значения. Здесь* $[x]$ *означает наибольшее целое, не превосходящее* x, *n – заданное число.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. В [1] показано, что оптимальную одинаково-распределенную систему следует искать среди стационарных. Тогда условие эффективности для стационарной одинаково-распределенной системы запишем в виде

$$\overline{\Delta}_\varepsilon(s\le p)=(s-1)T^n(1-1/n)-(n+s-1)\varepsilon.$$

Н е о б х о д и м о с т ь. Введем функцию действительного аргумента x вида

$$\overline{\Delta}_\varepsilon(x)=(s-1)T^n(1-1/x)-(x+s-1)\varepsilon,\quad x\ge1.$$

Согласно определению 4 одинаково-распределенная система будет оптимальной в той точке x, где $\overline{\Delta}_\varepsilon(x)$ достигает своего наибольшего значения. Покажем, что функция $\overline{\Delta}_\varepsilon(x)$ достигает своего наибольшего значения в точке $x=\sqrt{\frac{(s-1)T^n}{\varepsilon}}$. Действительно,

$$\overline{\Delta}_\varepsilon'(x)=\frac{(s-1)T^n}{x^2}-\varepsilon,\quad \overline{\Delta}_\varepsilon''(x)=-\frac{2T^n(s-1)}{x^3}<0,\ \text{так как } s\ge2,\ x>0.$$

Следовательно, функция $\overline{\Delta}_\varepsilon(x)$ достигает максимума в точке, где $\overline{\Delta}_\varepsilon'(x)=0$, т. е. $x^*=\sqrt{\frac{(s-1)T^n}{\varepsilon}}$. Целочисленными точками, в которых достигается наибольшее значение функции $\overline{\Delta}_\varepsilon(x)$, будут $n_0=[x^*]$ или $n_0=[x^*]+1$. Следовательно, в качестве n_0 можно выбрать одно из чисел $\left[\sqrt{\frac{(s-1)T^n}{\varepsilon}}\right]$, $\left[\sqrt{\frac{(s-1)T^n}{\varepsilon}}\right]+1$, в которых функция $\overline{\Delta}_\varepsilon(x)$ принимает наибольшее значение.

Если же окажется, что ни одна из точек $\left[\sqrt{\frac{(s-1)T^n}{\varepsilon}}\right]$, $\left[\sqrt{\frac{(s-1)T^n}{\varepsilon}}\right]+1$, в которой функция $\overline{\Delta}_\varepsilon(x)$ принимает наибольшее значение не принадлежит $[2, n]$, то в качестве оптимальной выбираем одинаково-распределенную систему с числом процессов $n_0=n$.

В силу неотрицательности второй производной, исследуемая функция выпукла. Следовательно, точка максимума всегда существует, а значит и существует эффективная одинаково-распределенная система конкурирующих процессов в случае, когда $n \to \infty$.

Достаточность следует из свойств выпуклости функции $\overline{\Delta}_\varepsilon(x)$ при $s \le p$ на отрезке $[2, n]$.

Теорема 4. *Для того чтобы эффективная одинаково-распределенная система конкурирующих процессов в случае ограниченного параллелизма в асинхронном и втором синхронном режимах была оптимальной при заданных* $p \ge 2$, T^n, $\varepsilon > 0$, *необходимо и достаточно, чтобы она была стационарной и число процессов* n *в системе равнялось одному из чисел:*

$$1)\ \left[\left[\sqrt{\frac{(p-1)T^n}{k\varepsilon}}\right], \left[\sqrt{\frac{(p-1)T^n}{k\varepsilon}}\right]+1\right] \cap [2, n],\ \textit{при}\ p < \min\{n, s\},\ \ s = kp,\ \ k > 1,$$

$$2)\ \left[\left[\sqrt{\frac{(r-1)T^n}{(k+1)\varepsilon}}\right], \left[\sqrt{\frac{(r-1)T^n}{(k+1)\varepsilon}}\right]+1\right] \cap [2, n],\ \textit{при}\ p < \min\{n, s\},\ \ s = kp + r,\ \ k \ge 1,\ \ 1 \le r < p,$$

в котором функция $\overline{\Delta}_\varepsilon(x)$ *достигает наибольшего значения, где* $[x]$ *– наибольшее целое, не превосходящее* x.

Доказательство теоремы проводится аналогично теореме 3. Для первого случая функция действительного аргумента x будет иметь вид

$$\overline{\Delta}_\varepsilon(x) = (s-1)T^n - \frac{(p-1)T^n}{x} - (kx + p - 1)\varepsilon,$$

а для случая 2

$$\overline{\Delta}_\varepsilon(x) = (s-k-1)T^n - \frac{(r-1)T^n}{x} - (k+1)x\varepsilon - (r-1)\varepsilon.$$

Заключение. Полученные условия эффективности и оптимальности одинаково-распределенных систем конкурирующих процессов имеют многочисленные области применения. В частности, они могут быть использованы при проектировании системного и прикладного программного обеспечения, ориентированного на многопроцессорные системы и вычислительные сети, а также при решении проблем оптимального использования вычислительных ресурсов.

Литература

1. Коваленко Н. С., Павлов П. А. // Докл. НАН Беларуси. 2005. Т. 49, № 6. С. 32–36.
2. Коваленко Н. С., Метельский В. М. // Кибернетика и системный анализ. 1996. № 1. С. 54–64.
3. Коваленко Н. С., Метельский В. М. // Весцi НАН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 1998. № 2. С. 117–121.
4. Коваленко Н. С., Метельский В. М. // Весцi НАН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук.1998. № 1. С. 117–122.

KOVALENKO N. S., PAVLOV P. A.

EFFICIENCY AND OPTIMALITY OF IDENTICALY-DISTRIBUTED SYSTEMS OF COMPETING PROCESSES IN THE CONDITIONS OF LIMITED PARALLELISM

Summary

Efficiency and optimality of identically distributed systems of competing processes in conditions of limited parallelism are obtained.