

ISSN 0002-354X

ДОКЛАДЫ

НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ
НАУК БЕЛАРУСИ

ТОМ 49



6

НОЯБРЬ–ДЕКАБРЬ

2005

ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК БЕЛАРУСИ

Выходит шесть раз в год

Журнал основан в июле 1957 года

МИНСК, «ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ «БЕЛОРУССКАЯ НАУКА», 2005, ТОМ 49, № 6

Учредитель — Национальная академия наук Беларуси

Редакционная коллегия:

М. В. Мясникович (главный редактор),
Н. С. Казак (зам. главного редактора),
С. В. Абламейко, Е. Д. Белоенко, Н. А. Борисевич, П. А. Витязь, И. Д. Волотовский,
И. В. Гайшун, В. Г. Гусаков, С. А. Жданок, Н. А. Изобов, Ф. Ф. Комаров,
Н. П. Крутько, В. А. Лабунов, Ф. А. Лахвич, А. И. Лесникович, М. М. Маханек,
А. А. Махнач, А. А. Михалевич, П. Г. Никитенко, Ю. М. Плескачевский,
В. И. Тимошпольский, Л. М. Томильчик, Л. В. Хотылева, А. Л. Худолей,
Т. М. Амосова (ведущий редактор)

Адрес редакции:

220072, Минск, пр. Независимости, 66, к. 404,
т. 284-19-19

<http://www.ac.by/publications/dan/>

E-mail: belnauka@infonet.by

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Бахтин В. И. О существовании собственных функционалов положительных элементов позитивных алгебр	5
Кашевский В. В. Оценка модуля непрерывности сингулярного интеграла с логарифмической особенностью	8
Габасов Р., Кириллова Ф. М., Ярмош О. П. Оптимальное управление системами с запаздыванием	14
Демиденко В. М. Метод построения релаксаций политопов, порождаемых подгруппами симметрической группы	20
Корзюк В. И. Операторы осреднения с переменным шагом в теории разрешимости эллиптических задач	25
Борухов В. Т., Горбач А. В. Два класса линейных неравенств для релаксационного многогранника в пространстве симметрических многочленов от двух переменных	29
Коваленко Н. С., Павлов П. А. Эффективность систем конкурирующих процессов с учетом накладных расходов	32

ИНФОРМАТИКА

Семашко П. Г., Охрименко А. Е. Скрытая радиолокация с использованием сигналов цифрового телевизионного вещания	37
--	----

ФИЗИКА

Коршунов Ф. П., Гуринович В. А., Жданович Н. Е., Марченко И. Г. Образование радиационно-термических дефектов повышенной термостабильности в p^+ - n -структурах на ядернолегированном кремнии при облучении и отжиге	42
Бураков В. С., Савастенко Н. А., Мисаков П. Я., Тарасенко Н. В. Получение нано- и микрочастиц карбида вольфрама при помощи искрового разряда в этаноле	46

Жестков С. В., Романенко А. А. О существовании $(2 + 1)$ -мерных солитонных решений уравнения Шредингера со степенной нелинейностью произвольного порядка.....	50
ХИМИЯ	
Бильдюкевич А. В., Фенько Л. А., Солдатов В. С. Θ -температура растворов поликапроамида в диметил-ацетамиде, содержащем хлорид лития.....	53
Нечай Н. И., Ляхов А. С., Запольский В. А., Поткин В. И., Кабердин Р. В. Необычная циклоконденсация 1,3-динитротетрахлор-1,3-бутадиена с винилэтиловым эфиром.....	57
БИОЛОГИЯ	
Волуевич Е. А., Булойчик А. А., Борзяк В. С. Наследование устойчивости к бурой ржавчине у реципрокных гибридов от скрещивания интрогрессивной линии Transес с аллоплазматическими линиями мягкой пшеницы.....	61
Свиришевская А. М. Культивирование клеток и тканей сахарной свеклы <i>in vitro</i> с целью получения селекционного генетического материала.....	64
Задворнова Ю. В., Алексейчук Г. Н., Ламан Н. А., Хрипач В. А., Грут С. Влияние брассиностероидов на активацию клеточного цикла при прорастании семян <i>Brassica Oleracea L.</i>	70
МЕДИЦИНА	
Жидков И. В., Даниленко Н. Г., Сивицкая Л. Н., Кушнеревич Е. И., Лазюк Г. И., Давыденко О. Г. Мутации митохондриального генома человека: ДНК-диагностика синдрома Лебера в Беларуси.....	74
Валуевич В. В. Клиническая релевантность автономно функционирующих узловых образований щитовидной железы.....	78
НАУКИ О ЗЕМЛЕ	
Кожемякина Н. А. Геохимические особенности турмалина и турмалинсодержащих пород Околовской структурной зоны.....	82
Черныш А. Ф., Чижигов Ю. А. Дефляционный потенциал ветра как фактор эрозии почв на территории Беларуси.....	87
Якубовская Т. В., Савченко И. Е., Бадяй В. В., Кожин В. Д., Феденя С. А. Отложения и флора беловешского межледниковья на востоке Беларуси.....	91
Галкин А. Н. Структурно-геоморфологическое районирование территории Беларуси.....	98
ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ	
Леопо В. А., Струк В. А., Авдейчик С. В., Клецко В. В., Овчинников Е. В. Модельные представления о механизме модифицирования полимеров слоистыми силикатами.....	101
Богданович П. Н. Предварительное смещение в металлополимерном фрикционном контакте.....	106
Бублиевский А. Ф., Галиновский А. А., Горбунов А. В., Жланок С. А., Шараховский Л. И. Плазменно-дуговой пиролизический синтез углеродных наноструктур.....	110
СОЦИАЛЬНО-ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ	
Рагимов А. Н. Социальная и межкультурная адаптация иноэтнических групп в Республике Беларусь.....	114

Технический редактор Т. В. Л е т ь е н
Компьютерная верстка С. Н. К о с т ю к

Сдано в набор 10.11.2005. Выпуск в свет 28.12.2005. Формат 60×84¹/₈. Бумага офсетная. Офсетная печать. Усл. печ. л. 14,88. Усл. кр.-отт. 15,58. Уч.-изд. л. 16,4. Тираж 260 экз. Заказ 3661.

Республиканское унитарное предприятие «Издательский дом «Белорусская наука». ЛИ № 02330/0131569 от 11.05.2005 г. 220141. Минск, Ф. Скорины, 40. Свидетельство 453.

Республиканское унитарное предприятие «Типография «Победа». ЛП № 02330/0056832 от 30.04.2004 г. 222310. Молодечно, Тавлая, 11.

© «Издательский дом «Белорусская наука»
Доклады НАН Беларуси, 2005

УДК 681.3.06:519

Н. С. КОВАЛЕНКО, П. А. ПАВЛОВ

**ЭФФЕКТИВНОСТЬ СИСТЕМ КОНКУРИРУЮЩИХ ПРОЦЕССОВ
С УЧЕТОМ НАКЛАДНЫХ РАСХОДОВ**

Белорусский государственный экономический университет

Поступило 28.04.2005

В настоящее время в различных областях практической деятельности возникают задачи, связанные с обработкой больших объемов информации и допускающие распараллеливание. При решении таких задач используются десятки, сотни и тысячи процессоров. Указанные задачи возникают в технологиях клиент-сервер, при эффективной организации работы сети Internet и Word Wide Web. Для решения этих задач используются многопроцессорные рабочие станции, кластерные вычислительные системы и комплексы, использующие распределенные вычисления при ограниченности ресурсов. Необходимость эффективной организации данных вычислений привело к росту распределенного программирования, суть которого состоит во взаимодействии процессов путем передачи сообщений [1, 2]. В связи с этим особую актуальность приобретают задачи построения и исследования математических моделей оптимальной организации конкурирующих процессов при распределенной обработке.

1. Математическая модель распределенной обработки конкурирующих процессов. Как и в [2] математическая модель распределенной обработки конкурирующих процессов включает в себя p процессоров многопроцессорной системы (МС), n конкурирующих процессов, s блоков структурированного на блоки программного ресурса (ПР), матрицу $[t_{ij}]$ времен выполнения j -х блоков i -ми конкурирующими процессами. Указанные параметры варьируются в пределах $p \geq 2$, $s \geq 2$, $1 \leq i \leq n$ и $1 \leq j \leq s$. Введем в рассмотрение параметр $\varepsilon > 0$, характеризующий время, затрачиваемое МС (накладные расходы) на организацию параллельного использования блоков программного ресурса множеством распределенных конкурирующих процессов. Предполагается, что все n процессов используют одну копию структурированного на блоки ПР. В дальнейшем будем говорить, что перечисленные объекты математической модели образуют систему конкурирующих процессов.

О п р е д е л е н и е 1. Систему конкурирующих процессов будем называть *одинаково распределенной*, если времена t_{ij} выполнения блоков Q_j , $j = \overline{1, s}$, программного ресурса каждым из i -х процессов совпадают и равны t_i для всех $i = \overline{1, n}$, т. е. справедлива цепочка равенств $t_{i1} = t_{i2} = \dots = t_{is} = t_i$ для всех $i = \overline{1, n}$.

Обозначим $T^n = \sum_{i=1}^n t_i$ суммарное время выполнения каждого из блоков Q_j всеми n процессами и назовем набор параметров $(t_1, t_2, \dots, t_n, T^n)$ данной системы конкурирующих процессов характеристическим.

2. Анализ режимов организации распределенных конкурирующих процессов. В [2, 3] введены и исследованы базовые процессы: *асинхронный* и два вида *синхронных режимов*, возникающих при организации распределенных процессов в условиях конкуренции за общий ресурс. Для вычисления наименьшего общего времени выполнения множества конкурирующих неоднородных, однородных и одинаково распределенных процессов в рамках очерченных режимов получены различные математические соотношения. Определенный теоретический и практический интерес представляет задача сравнительного анализа полученных соотношений. В данной работе проводится такой анализ для класса одинаково распределенных процессов при учете дополнительных системных расходов $\varepsilon > 0$.

Пусть $\beta = \left\{ (t_1^\varepsilon, t_2^\varepsilon, \dots, t_n^\varepsilon, T_\varepsilon^n) \mid T_\varepsilon^n = \sum_{i=1}^n t_i^\varepsilon, t_i^\varepsilon = t_i + \varepsilon > 0 \right\}$ — множество всех допустимых характеристических наборов систем одинаково распределенных конкурирующих процессов. Выделим в β подмножество характеристических наборов вида

$$H(T_\varepsilon^n) = \left\{ (t_1^\varepsilon, t_2^\varepsilon, \dots, t_n^\varepsilon, T_\varepsilon^n) \in \beta \mid t_1^\varepsilon \leq t_2^\varepsilon \leq \dots \leq t_l^\varepsilon \geq t_{l+1}^\varepsilon \geq \dots \geq t_n^\varepsilon, l = \overline{1, n} \right\}.$$

Для введенного подмножества характеристических наборов справедлива следующая

Т е о р е м а 1. Пусть $\delta \in H(T_\varepsilon^n)$ — характеристический набор любой одинаково распределенной системы с параметрами p, n, s и накладными расходами $\varepsilon > 0$. Тогда в случае $2 \leq s \leq p$ минимальные общие времена T_{op}^{ac} и T_{op}^1 , T_{op}^2 выполнения множества одинаково распределенных конкурирующих процессов, соответственно, в асинхронном и двух базовых синхронных режимах совпадают.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть $t_l^\varepsilon = \max_{1 \leq i \leq n} t_i^\varepsilon$, тогда для асинхронного и второго синхронного режима, обеспечивающего непрерывное выполнение каждого блока Q_j всеми n процессами для любого характеристического допустимого набора одинаково распределенной системы, в том числе и для любого характеристического набора $\delta \in H(T_\varepsilon^n)$, при $2 \leq s \leq p$, имеют место [2] следующие равенства:

$$T_{op}^{ac}(p, n, s, \varepsilon) = T_{op}^2(p, n, s, \varepsilon) = T_\varepsilon^n + (s-1)t_l^\varepsilon.$$

Пусть взаимодействие процессов, процессоров и блоков осуществляется в рамках первого синхронного режима с непрерывным выполнением блоков программного ресурса внутри каждого из процессов. Тогда при этом режиме для любого характеристического набора из β при $2 \leq s \leq p$ выполняется равенство

$$T_{op}^1(p, n, s, \varepsilon) = T_\varepsilon^n + (s-1) \left(t_n^\varepsilon + \sum_{i=2}^n \max \{ t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0 \} \right).$$

Покажем, что для любого характеристического набора $\delta \in H(T_\varepsilon^n)$ выполняется равенство $t_n^\varepsilon + \sum_{i=2}^n \max \{ t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0 \} = t_l^\varepsilon$, из которого непосредственно следует справедливость теоремы 2.

Так как $t_l^\varepsilon = \max_{1 \leq i \leq n} t_i^\varepsilon$, то для всех номеров $1 \leq i \leq l \leq n$ выполняется равенство $\sum_{i=2}^l \max \{ t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0 \} = 0$, а для $1 \leq i \leq l \leq n$ — равенство $\sum_{i=l+1}^n \max \{ t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0 \} = t_l^\varepsilon - t_n^\varepsilon$. Следовательно, справедлива цепочка равенств $t_n^\varepsilon + \sum_{i=2}^n \max \{ t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0 \} = t_n^\varepsilon + t_l^\varepsilon - t_n^\varepsilon = t_l^\varepsilon$, из которой вытекает требуемое равенство.

Т е о р е м а 2. Для любой одинаково распределенной системы с параметрами p, n, s и накладными расходами $\varepsilon > 0$, характеристический набор которой не принадлежит $H(T_\varepsilon^n)$, при $2 \leq s \leq p$ выполняются соотношения $T_{op}^1(p, n, s, \varepsilon) > T_{op}^{ac}(p, n, s, \varepsilon) = T_{op}^2(p, n, s, \varepsilon)$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Проверка показывает, что условия теоремы 2 равносильны неравенству $t_n^\varepsilon + \sum_{i=2}^n \max \{ t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0 \} - \max_{1 \leq i \leq n} t_i^\varepsilon > 0$, используя которое нетрудно убедиться в справедливости теоремы 2.

3. Необходимые и достаточные условия эффективности одинаково распределенных систем конкурирующих процессов. Введем следующее определение, которое выделяет в классе одинаковых систем конкурирующих процессов, специальный подкласс, так называемых, *стационарных систем*.

О п р е д е л е н и е 2. Одинаково распределенную систему конкурирующих процессов назовем стационарной, если выполняется цепочка равенств $t_1 = t_2 = \dots = t_n = t_..$

В [3] доказано, что для систем одинаково распределенных конкурирующих процессов минимальное общее время с учетом накладных расходов $\varepsilon > 0$ для всех трех базовых режимов, указанных в теореме 1, при $s \leq p$ вычисляется по формуле

$$T(p, n, s, \varepsilon) = T_\varepsilon^n + (s-1)t_{\max}^\varepsilon, \text{ где } T_\varepsilon^n = \sum_{i=1}^n t_i^\varepsilon, \quad t_{\max}^\varepsilon = \max_{1 \leq i \leq n} t_i^\varepsilon, \quad t_i^\varepsilon = t_i + \varepsilon. \quad (1)$$

В случае стационарной одинаково распределенной системы конкурирующих процессов минимальное общее время их выполнения определяется равенством $\bar{T}_\varepsilon = (n+s-1)t_\varepsilon$, где $t_\varepsilon = T^n/n + \varepsilon$, $T^n = nt$.

О п р е д е л е н и е 3. Одинаково распределенную систему конкурирующих процессов будем называть *эффективной* при фиксированных $p, s \geq 2$, если выполняется соотношение $\Delta_\varepsilon(n) = sT^n - T(p, n, s, \varepsilon) \geq 0$, где sT^n — время выполнения блоков Q_j , $j = \overline{1, s}$ всеми n процессами в последовательном режиме.

При наличии двух эффективных одинаково распределенных систем конкурирующих процессов будем считать, что первая более эффективна, чем вторая, если величина $\Delta_\varepsilon(n)$ первой системы не меньше соответствующей величины второй. Для введенного подмножества одинаково распределенных систем оказывается справедливой следующее утверждение.

Т е о р е м а 3. Для любой эффективной одинаково распределенной системы конкурирующих процессов при $s \leq p$ и $\varepsilon > 0$ существует более эффективная стационарная одинаково распределенная система.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Рассмотрим любую эффективную одинаково распределенную систему. Согласно определения 3, условие ее эффективности с учетом (1) записывается в виде следующего неравенства:

$$\Delta_\varepsilon(n) = (s-1)(T^n - t_{\max}^n) - (n+s-1)\varepsilon \geq 0, \quad (2)$$

где $t_{\max}^n = \max_{1 \leq i \leq n} t_i$. Для любой стационарной одинаково распределенной системы имеет место равенство

$$\bar{\Delta}_\varepsilon(n) = (s-1)(T^n - t) - (n+s-1)\varepsilon \geq 0, \text{ где } t = T^n/n. \quad (3)$$

Рассмотрим стационарную одинаково распределенную систему, в которой $t = \min_{1 \leq i \leq n} t_i = t_{\min}^n$.

Чтобы убедиться в справедливости теоремы 3 достаточно доказать выполнение неравенства $\bar{\Delta}_\varepsilon(n) \geq \Delta_\varepsilon(n)$ для введенных эффективных систем. Подставляя в левую и правую части последнего неравенства из (1) и (2) вместо $\Delta_\varepsilon(n)$ и $\bar{\Delta}_\varepsilon(n)$ соответствующие величины и проводя несложные преобразования, приходим к равносильному неравенству $T^n - t_{\max}^n \leq (n-1)t$.

Докажем справедливость последнего. Пусть для определенности $t_{\max}^n = t_l$, тогда проверка показывает, что справедлива цепочка соотношений

$$T^n - t_{\max}^n = \sum_{i=1}^{l-1} t_i + \sum_{j=l+1}^n t_j \leq (n-1)t_{\min}^n = (n-1)t,$$

из которой следует справедливость требуемого равенства. Теорема 3 доказана. Следующее утверждение устанавливает достаточное условие эффективности одинаково распределенной системы общего вида.

Т е о р е м а 4. Одинаково распределенная система конкурирующих процессов с параметрами n, s, p, ε , удовлетворяющими соотношениям

$$n = s, \quad p \geq s > 3, \quad sn \geq 2(n+s-1), \quad 0 < \varepsilon \leq \min_{1 \leq i \leq n} t_i,$$

является эффективной.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Согласно (2), условие эффективности равносильно неравенству

$$\frac{T^n - t_{\max}^n}{\varepsilon} \geq \frac{n+s-1}{s-1}. \quad (4)$$

Следовательно, для доказательства теоремы 4 достаточно убедиться в справедливости (4). Непосредственная проверка показывает, что следствием соотношений $0 < \varepsilon \leq \min_{1 \leq i \leq n} t_i$ является цепочка неравенств

$$\frac{T^n - t_{\max}^n}{\varepsilon} \geq \frac{(n-1)t_{\min}^n}{\varepsilon} \geq n-1, \quad (5)$$

так как в силу выбора ε выполняется неравенство $t_{\min}^n/\varepsilon \geq 1$. Далее, из $sn \geq 2(n+s-1)$ следует справедливость неравенства

$$n-1 \geq \frac{n+s-1}{s-1}. \quad (6)$$

Проверка показывает, что неравенство (4) является следствием неравенств (5) и (6). Таким образом, теорема 4 доказана.

Ниже формулируется и доказывается необходимое и достаточное условие существования эффективной системы одинаково распределенных конкурирующих процессов при достаточном числе процессоров $p \geq s$ в зависимости от величины накладных расходов ε .

Т е о р е м а 5. *Для существования эффективной одинаково распределенной системы конкурирующих процессов с заданными параметрами $p \geq 3$, $s \leq p$, $\varepsilon > 0$ и T^n необходимо и достаточно выполнение следующих условий:*

$$\varepsilon \leq \begin{cases} \varphi(1+\sqrt{s}), & \text{если } \sqrt{s} \text{ — целое,} \\ \max\{\varphi(1+\lceil\sqrt{s}\rceil), \varphi(2+\lceil\sqrt{s}\rceil)\}, & \text{если } \sqrt{s} \text{ — нецелое,} \end{cases} \quad (7)$$

где $\varphi(x) = \frac{(s-1)T^n(x-1)}{x(x+s-1)}$, $\lfloor x \rfloor$ — наибольшее целое, не превосходящее x .

Д о к а з а т е л ь с т в о. Согласно (3), условие эффективности любой одинаково распределенной системы конкурирующих n процессов определяется соотношениями

$$\bar{\Delta}_\varepsilon(n) = (s-1)(T^n - t) - (n+s-1)\varepsilon \geq 0,$$

которые равносильны выполнению неравенства

$$\varepsilon \leq \frac{(s-1)T^n(n-1)}{n(n+s-1)}. \quad (8)$$

Введем в рассмотрение функцию $\varphi(x) = (s-1)T^n(x-1)/x(x+s-1)$. Нетрудно проверить, что φ достигает своего максимума в точке $x = 1 + \sqrt{s}$ при $x > 0$. Положим

$$n_0 = \begin{cases} 1 + \sqrt{s}, & \text{если } \sqrt{s} \text{ — целое,} \\ \max\{1 + \lceil\sqrt{s}\rceil, 2 + \lceil\sqrt{s}\rceil\}, & \text{если } \sqrt{s} \text{ — нецелое.} \end{cases} \quad (9)$$

Из определения функции φ , целого n_0 и неравенства (8) следует, что одинаково распределенная система конкурирующих n_0 процессов является эффективной. Таким образом, доказана достаточность условий (7) для существования систем указанного вида.

Необходимость условий (7) будет доказана, если будет установлена невозможность противоположного утверждения, т. е. невозможность существования одинаково распределенной системы конкурирующих n процессов, для которой выполнялось бы неравенство противоположное неравенству (7) и которая была бы эффективной. Если предположить существование такой системы с n процессами, то должно выполняться соотношение $n \neq n_0$, так как выше установлено, что одинаково распределенная система с n_0 процессами эффективна. Следовательно, для нее имеет место неравенство $\varepsilon \leq (s-1)T^n(n_0-1)/n_0(n_0+s-1)$, в то время как для гипотетической системы с n процессами должно выполняться в силу предположения нера-

венство $\varepsilon \geq (s-1)T^n(n_0-1)/n_0(n_0+s-1)$. Очевидным следствием полученных неравенств, является неравенство $\varepsilon > \varepsilon$. Полученное противоречие устанавливает необходимость условий (7). Таким образом, доказательство теоремы 5 завершено.

Очевидно, такой системы нет при $n = n_0$, так как, в силу определения функции φ , для такого n выполняется неравенство противоположное неравенству (8) и, следовательно, такая система не может быть эффективной.

В случае $n < n_0$, в силу определения n_0 , должна выполняться цепочка неравенств вида

$$\frac{(s-1)T^n(n-1)}{n(n+s-1)} \leq \frac{(s-1)T^n(n_0-1)}{n_0(n_0+s-1)} \leq \varepsilon, \quad (9)$$

из которой следует неэффективность предполагаемой системы с n процессами в силу (8).

Наконец, если $n > n_0$, то следствием неравенств (8) и (9) является неэффективность предполагаемой одинаково распределенной системы конкурирующих n процессов. Полученные противоречия во всех возможных случаях доказывают необходимость условий (7).

Достаточность условий (7) непосредственно следует из наличия функции φ со свойством (8). Действительно, в этом случае требуемой эффективной одинаково распределенной системы является система с $n = n_0$ конкурирующими процессами, где n_0 определяется формулой (9). Теорема 5 доказана.

З а м е ч а н и е. При $p = s = 2$ одинаково распределенная система конкурирующих процессов будет эффективной, если выполняется неравенство $\frac{\varepsilon}{T^n} \leq \frac{n-1}{n(n+1)}$.

Полученные необходимые и достаточные условия эффективности одинаково распределенных систем конкурирующих процессов имеют многочисленные области применения. В частности, они могут быть использованы при проектировании системного и прикладного программного обеспечения, ориентированного на многопроцессорные системы и вычислительные сети, а также при решении проблем оптимального использования вычислительных ресурсов.

Литература

1. Воеводин В. В., Воеводин Вл. В. Параллельные вычисления. СПб., 2002.
2. Эндрюс Г. Р. Основы многопоточного, параллельного и распределенного программирования. Пер. с англ. М., 2003.
3. Коваленко Н. С., Самаль С. А. Вычислительные методы реализации интеллектуальных моделей сложных систем. Мн., 2004.
4. Коваленко Н. С., Метельский В. М. // Кибернетика и системный анализ. 1997. № 3. С. 31—43.

KOVALENKO N. S., PAVLOV P. A.

EFFICIENCY OF THE SYSTEMS OF COMPETITIVE PROCESSES TAKING ACCOUNT OF OVERHEAD EXPENSES

Summary

Necessary and sufficient conditions for the efficiency of the equally distributed systems of competitive processes are obtained.