# ТЕХНИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА СПОРТСМЕНА – ПРОЦЕСССВЕДЕНИЯ ВОЗМОЖНЫХ ВАРИАНТОВ ДВИЖЕНИЯ К ПОИСКУ РАЦИОНАЛЬНЫХ ФОРМ РЕШЕНИЯ ДВИГАТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ

**В.И. Загревский[1], В.О. Загревский[2], О.И. Загревский[2]**
[1]Могилевский государственный университет им. А.А. Кулешова, Республика Беларусь, zvi@tut.by
[2]Томский государственный университет, Россия, O.zagrevsky@yandex.ru

**Введение.** Одной из концептуальных идей основоположников отечественной школы биомеханики физических упражнений, в частности, отмечаемые в работах Н.А.Бернштейна, является тезис о «преодолении» избыточных степеней свободы (ИСС) органов движения, т.е. к превращению этих органов в управляемые системы. По Н.А.Бернштейну [1] биомеханическая дифференциация систем движений в области физического воспитания подразделяется на два типа ИСС:

1) зависящие от свойств подвижности органа – это кинематические СС.
2) зависящие от особенностей силового "обслуживания" – это динамические СС.

Первый тип избыточных степеней свободы регламентируется анатомическими возможностями организма спортсмена к проявлению подвижности и гибкости в позвоночнике и в различных суставах. Второй тип избыточных степеней свободы регламентируется силовыми способностями мышц, окружающих суставы спортсмена и определяющих уровень его силового потенциала.

Выделение "органов движения" закономерно для существующего механического подхода, согласно которому опорно–двигательная система, например, тело человека, представляется кинематической схемой в виде многозвенной системы шарнирно связанных твердых тел. В этом случае орган движения представляется сегментом тела человека или звеном, динамически доопределяемый масс–упруго–вязкими компонентами и действующими внешними и внутренними силами.

Прямые задачи управления такими динамическими системами развиваются в рамках классических формализмов (Лагранжа, Гамильтона, Гаусса и др.) с привлечением современных методов теории оптимального управления (принципа максимума Понтрягина, метода динамического программирования Беллмана, метод глобально–локальных вариаций в пространстве управлений и др.). При таком подходе, реализованным в робото–технических и других технических системах, а также в ряде биомеханических исследований [2] задача управления естественным образом распадается на несколько технологических этапов:

1. Задание целевого функционала движения, определяющего качество оптимизируемого процесса (в математической форме представляется любой из биомеханических характеристик движения адекватно отражающей цель движения в кинематическом или динамическом аспектах).
2. Кинематический синтез оптимального управления и формирование целевой траектории пространственного образа потребного движения.
3. Определение динамических ресурсов управления и энергетических затрат при реализации оптимальных (проектируемых прогностических) движений.

Второй и третий технологический этапы формально соответствуют двум типам ИСС по Н.А.Бернштейну. Однако это соответствие кажущееся и не отражает концепцию Н.А.Бернштейна об ограничении числа степеней свободы в процессе совершенствования двигательного навыка. За разъяснением этого тезиса обратимся к трудам и теории одного из основоположников классической механики: Ж.Лагранжу.

Мышлению Лагранжа были чужды философские умозрения, не ведущие к конкретному результату [2]. Но это не означало, что он вообще не интересовался проблемами обоснования понятий механики и анализа их. Введение в науку метода обобщенных координат было бы немыслимо, если бы Лагранж не вникал в философские рассуждения Эйлера об определении положения тел относительно друг друга.

Полесгу

Несомненная заслуга Лагранжа перед человечеством заключается в том, что он сформулировал и разъяснил истинный смысл общих уравнений динамики и придал им такую форму, которая оказалась пригодной и в других областях знаний, за пределами механики. Он первый показал и доказал, что в механических системах, подчиненных голономным связям, эти связи играют роль сил. Пусть имеем $N$ материальных точек с координатами ($x_i$, $y_i$, $z_i$) и пусть эти точки связаны между собой так, что существуют $n$ уравнений (голономные связи) вида $fs(x_i$, $y_i$, $z_i)$. Тогда число свободных координат будет $S = 3N — n$.

Следовательно, для того чтобы система была полностью определена, необходимо задать $S$ произвольных координат, после этого положение всех точек системы будет определено. Количество $S$ носит название числа степеней свободы. Значение этого понятия в физических и механических явлениях огромно. Указанные свободные координаты, определяющие положение системы, Лагранж назвал обобщенными координатами, и в настоящее время их принято обозначать через символ $q_i$.

Следующий шаг, который делает Лагранж, поражает своей красотой и удивительной ясностью. Он рассматривает систему из $N$ материальных точек как свободную от связей и к числу координат $q_i$, отвечающих числу степеней свободы, прибавляет столько обобщенных координат, сколько имеется связей. В качестве этих дополнительных координат служат сами функции связей. Таким образом, вместо $3n$ остается только $3n–s$ уравнений, выражающих движение системы в независимых координатах $q_{s+1}$, $q_{s+2}$, ..., $q_{s+3}$, как если бы связей не было.

**Методы исследования.** Для примера рассмотрим кинематическую схему трехзвенной модели опорно–двигательного аппарата тела человека (рис.). Здесь: руки – первое звено, туловище с головой – второе звено, ноги – третье звено.

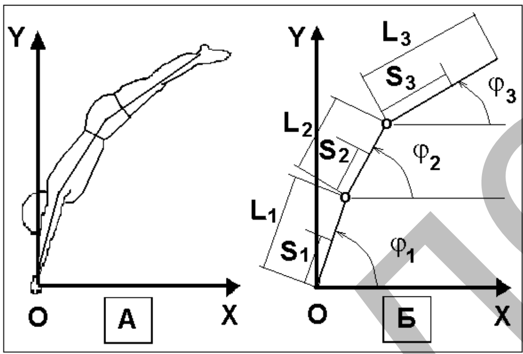


**Рисунок – Кинематическая схема трехзвенной модели опорно–двигательного аппарата тела человека**

С помощью данной модели можно исследовать кинематику и динамику вращательных движений спортсмена в условиях опоры. В процессе выполнения упражнений спортсмен не теряет контакта с опорой, к примеру, с грифом перекладины. Поэтому расположим кисти рук спортсмена в начале неподвижной системы координат Оху, а ее в свою очередь совместим с торцом грифа перекладины.

На принятую модель наложены ограничения:

1. Звенья тела человека и гриф перекладины считаются абсолютно твердыми телами.
2. Суставы, посредством которых звенья тела человека соединяются друг с другом, моделируются цилиндрическими шарнирами.
3. Трение в шарнирах отсутствует.
4. Центры масс звеньев модели расположены на прямой, соединяющей их оси вращения в шарнирах (на продольной оси звена).

Для принятой модели введем следующие обозначения: $L_i$ – длина $i$–го звена; $S_i$ – расстояние от оси вращения $i$ –го звена до его центра масс; $\varphi_i$ – угол наклона $i$–го звена к оси Ох (обобщенные координаты $i$–го звена); $\dot{\varphi}_i$ – угловая скорость $i$–го звена; $\ddot{\varphi}_i$ – угловое ускорение $i$–го звена; $i$ – буквенный индекс, используемый для обозначения номера звена ($i=1,2,..., N$); $N$ – количество звеньев модели.

В связи с тем, что за обобщенные координаты биомеханической системы приняты $\varphi_i$, то $\dot{\varphi}_i$ и $\ddot{\varphi}_i$ соответственно будут обозначать обобщенную скорость и обобщенное ускорение $i$–го звена. Для обозначения масс–инерционных характеристик рассматриваемой трехзвенной модели опорно–двигательного аппарата тела спортсмена введем следующие идентификаторы: $P_i$ – вес $i$–го звена; $m_i$ – масса $i$–го звена; $J_i$ – центральный момент инерции $i$–го звена.

В развернутой записи формульные выражения уравнений целенаправленного движения нераз-



ПолесГУ

ветвленной трехзвенной модели биомеханической системы, представленные в форме уравнений Лагранжа второго рода, имеют вид

$$
\begin{aligned}
&A_{11}\ddot{\varphi}_1\cos(\varphi_1-\varphi_1)+A_{12}\ddot{\varphi}_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)+A_{13}\ddot{\varphi}_3\cos(\varphi_3-\varphi_1)-\\
&-A_{11}\dot{\varphi}_1^2\sin(\varphi_1-\varphi_1)-A_{12}\dot{\varphi}_2^2\sin(\varphi_2-\varphi_1)-A_{13}\dot{\varphi}_3^2\sin(\varphi_3-\varphi_1)+\\
&+Y_1\cos\varphi_1=M_1-M_2;
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&A_{21}\ddot{\varphi}_1\cos(\varphi_1-\varphi_2)+A_{22}\ddot{\varphi}_2\cos(\varphi_2-\varphi_2)+A_{23}\ddot{\varphi}_3\cos(\varphi_3-\varphi_2)-\\
&-A_{21}\dot{\varphi}_1^2\sin(\varphi_1-\varphi_2)-A_{22}\dot{\varphi}_2^2\sin(\varphi_2-\varphi_2)-A_{23}\dot{\varphi}_3^2\sin(\varphi_3-\varphi_2)+\\
&+Y_2\cos\varphi_2=M_2-M_3;
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&A_{31}\ddot{\varphi}_1\cos(\varphi_1-\varphi_3)+A_{32}\ddot{\varphi}_2\cos(\varphi_2-\varphi_3)+A_{33}\ddot{\varphi}_3\cos(\varphi_3-\varphi_3)-\\
&-A_{31}\dot{\varphi}_1^2\sin(\varphi_1-\varphi_3)-A_{32}\dot{\varphi}_2^2\sin(\varphi_2-\varphi_3)-A_{33}\dot{\varphi}_3^2\sin(\varphi_3-\varphi_3)+\\
&+Y_3\cos\varphi_3=M_3.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

В уравнениях движения (2) коэффициенты $A_{ij}$ характеризуют масс–инерционный и кинематический компоненты отдельных звеньев биомеханической системы: массы ($m_i$), моменты инерции ($J_i$), длины ($L_i$) и положение центра масс ($S_i$) на продольной оси звена. Таким образом, в численных значениях динамических коэффициентов звеньев биомеханической системы ($A_{ij}$), учитываются антропометрические особенности сегментов и звеньев опорно–двигательного аппарата тела спортсменов. В развернутой записи, для принятой трехзвенной модели биомеханической системы, коэффициенты $A_{ij}$ имеют вид

$$
\begin{aligned}
&A_{11} = J_1 + m_1S_1^2 + L_1^2(m_2 + m_3);\\
&A_{12} = L_1(m_2S_2 + m_3L_2);\\
&A_{13} = m_3S_3L_1;\\
&A_{21} = A_{12};\\
&A_{22} = J_2 + m_2S_2^2 + m_3L_2^2;\\
&A_{23} = m_3S_3L_2;\\
&A_{31} = A_{13};\\
&A_{32} = A_{23};\\
&A_{33} = J_3 + m_3S_3^2
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Содержательный смысл коэффициентов $Y_i$, содержащихся в левой части уравнений, заключается в том, что они представляют собой выражения для определения обобщенных сил в уравнениях Лагранжа и в развернутой записи имеют вид

$$
\begin{aligned}
&Y_1 = (P_1S_1 + P_2L_1 + P_3L_1);\\
&Y_2 = (P_2S_2 + P_3L_2);\\
&Y_3 = (P_3S_3).
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Таким образом, в рассматриваемой трехзвенной биомеханической модели движения спортсмена за обобщенные координаты приняты углы наклона звеньев к оси Ox. Их количество соответствует количеству звеньев модели. При условии, что в качестве управляющих функций оптимального управления мы можем рассматривать управление на кинематическом и динамическом уровнях [3] введем в уравнения движения рассматриваемой биомеханической системы управление на кинематическом уровне в форме изменения суставных углов по времени.

**Результаты исследования и их обсуждение.** Так как программное управление задано в форме изменения суставных углов по времени, то его можно представить в виде функциональной зависимости от разницы обобщенных координат по времени. Запишем общую структуру управляющих воздействий в виде

ПолесГУ

$$u_z = \varphi_{z+1} - \varphi_z; \quad \dot{u}_z = \dot{\varphi}_{z+1} - \dot{\varphi}_z; \qquad \ddot{u}_z = \ddot{\varphi}_{z+1} - \ddot{\varphi}_z; \quad z=1, 2, 3, \ldots, N-1, \tag{4}$$

где запись $u_z$ означает изменение разницы обобщенных координат $\varphi_{z+1} - \varphi_z$ по времени на всей траектории биосистемы.

Обобщенных координаты модели и их первая и вторая производные по времени определяются через неизвестное $\varphi_1$ и программные управления $u_z$

$$\varphi_p = \varphi_1 + \sum_{z=1}^{p-1} u_z, \qquad \dot{\varphi}_p = \dot{\varphi}_1 + \sum_{z=1}^{p-1} \dot{u}_z, \qquad \ddot{\varphi}_p = \ddot{\varphi}_1 + \sum_{z=1}^{p-1} \ddot{u}_z, \qquad p=2, 3, \ldots, N \tag{5}$$

Уравнения целенаправленного движения биомеханической системы получим, введя кинематические связи (5) в уравнения движения (1). Выполнив необходимые преобразования, имеем следующую запись для $i$–го уравнения системы:

$$\sum_{j=1}^{N} A_{ij}\ddot{\varphi}_1 \cos(\varphi_j - \varphi_i) + \sum_{z=j+1}^{N} A_{iz}\sum_{k=1}^{z-1}\ddot{u}_k \cos(\varphi_z - \varphi_i) - \sum_{j=1}^{N} A_{ij}(\dot{\varphi}_1 + \sum_{k=1}^{j-1}\dot{u}_k)^2 \sin(\varphi_j - \varphi_i) =$$
$$= M_i - M_{i+1} - Y_i \cos\varphi_i; \qquad j=1,\ldots, N; \qquad z=2,\ldots,N-1; \qquad k=1,\ldots, N-1. \tag{6}$$

Система уравнений (6) разрешима относительно $\ddot{\varphi}_1$ любым из способов, известных в теории матричных операций и линейных уравнений. Окончательное решение системы уравнений (6) имеет вид

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{M_1 - \sum_{i=1}^{N}\left[ Y_i \cos\varphi_i + \sum_{j=2}^{N} A_{ij}\ddot{\varphi}_j \cos(\varphi_j - \varphi_i) - \sum_{k=1}^{N} A_{i,k}\dot{\varphi}_k{}^2 \sin(\varphi_k - \varphi_i) \right]}{\sum_{i=1}^{N} A_{i,1}\cos(\varphi_1 - \varphi_i)}. \tag{7}$$

**Выводы.** Многочисленные вычислительные эксперименты, выполненные по синтезу оптимального управления методом глобально–локальных вариаций в пространстве управлений [3], с использованием уравнения (7) показали, что:

1. В результате оптимизации количество степеней свободы биомеханической системы не уменьшается. Для каждого соревновательного упражнения число степеней свободы звеньев тела спортсмена определяется количеством управляющих функций, ограничивающих кинематику сгибательно–разгибательных движений в суставах исполнителя на формируемой траектории биосистемы. Следовательно, процесс совершенствования двигательного навыка связан не с ограничением числа степеней свободы звеньев тела спортсмена, а с формированием адаптивного управления, эффективно реализующего цель движения и успешно решающего частные двигательные задачи каждой фазы упражнения.
2. В каждом цикле итерационного процесса оптимизации синтезируемого двигательного действия кинематика и динамика управляющих функций последовательно изменяется и шаг за шагом приближается к искомому оптимальному управлению, с учетом индивидуальных антропометрических, масс–инерционных характеристик звеньев тела спортсмена и кинематических и динамических ресурсов опорно–двигательного аппарата исполнителя.
3. При наложении ограничений на силовые ресурсы биосистемы, определяемые уровнем развития двигательных (силовых) качеств исполнителя, ограничения на кинематические ресурсы определяются правилами соревнований и индивидуальными анатомическими условиями выполнения упражнений (гибкость в позвоночникеи подвижность в суставах).

Следовательно, концепция Н.А.Бернштейна о «преодолении» избыточных степеней свободы органов движения, в наших исследованиях не нашла подтверждения. Речь в данном случае может идти не об уменьшении избыточного количества степеней свободы, а о сокращении бесконечно большого количества возможных вариантов траекторий управления (вывод 2) в процессе совершенствования системы движений. Следовательно, техническая подготовка спортсменов основана



Полесгу

на постепенном и последовательном приближении и сведении возможных многочисленных вариантов движений к такому управлению, которое при наложенных ограничениях на кинематическую и динамическую структуру управляющих действий наиболее эффективно реализует цель движения и успешно решает частные двигательные задачи каждой фазы упражнения.

Таким образом, в настоящее время техническая подготовка спортсменов представляет собой педагогический процесс практического поиска и синтеза оптимального управления в движениях биомеханических систем, основанного в большей степени на методе «проб и ошибок» и в редких случаях использующего прогностические формы движений с заранее заданными и известными для исполнителя свойствами.

Литература:

1. Бернштейн, Н.А. Очерки по физиологии движений и физиологии активности / Н.А.Бернштейн. – М.: Медицина, 1966. – 349 с.

2. Бутенин, Н.В. Введение в аналитическую механику / Н.В. Бутенин – М.: Наука, 1971. – 264 с.

3. Загревский, В.И. Построение оптимальной техники спортивных упражнений в вычислительном эксперименте на ПЭВМ: монография / В.И. Загревский, Д.А. Лавшук, О.И. Загревский. – Могилев: МГУ им. А.А.Кулешова, 2000. – 190 с.

Полесгу