

Национальный банк Республики Беларусь
УО «Полесский государственный университет»

Н.Н.КОВАЛЕНКО

РАСЧЕТЫ В СИСТЕМЕ MATHCAD

Учебно-методическое пособие
по выполнению лабораторных работ
и самостоятельной подготовке

Для студентов нематематических специальностей
всех форм обучения

Пинск
ПолесГУ
2010

УДК 65.973.26
ББК 681.3
К56

Рецензенты:
кандидат физико-математических наук,
доцент Э.В. Мусафиров
кандидат технических наук, доцент Ю.М. Вишняков

Утверждено
научно-методическим советом ПолесГУ

Коваленко, Н.Н.

К56 Расчеты в система MathCAD: учеб.-методич. пособие по выполнению лабораторных работ и самостоят. подготовке / Н.Н. Коваленко. – Пинск: ПолесГУ, 2010. – 28 с.

ISBN 978-985-516-083-1

Учебное пособие позволяет освоить основные возможности системы MathCAD. Содержит 4 лабораторные работы и методические указания к ним. Каждая работа включает теоретическое изложение материала, постановку задачи, порядок выполнения работы, индивидуальные задания для самопроверки и контрольные вопросы к защите работы.

Рекомендовано преподавателям как вспомогательный материал в организации и проведении занятий, а также студентам нематематических специальностей для аудиторного и самостоятельного освоения возможностей современных информационных технологий в области компьютерной математики.

УДК 65.973.26
ББК 681.3

ISBN 978-985-516-083-1

© УО «Полесский государственный университет», 2010

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1: Основы работы в MathCad.....	4
Лабораторная работа № 2: Построение графиков в MathCad.....	11
Лабораторная работа № 3: Решение систем уравнений в MathCad	18
Лабораторная работа № 4: Решение нелинейных уравнений в MathCad....	23
Литература.....	28

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1: ОСНОВЫ РАБОТЫ В MATHCAD

Цель: научиться проводить простые вычисления в математической системе MathCad

Теоретические сведения

Документ программы MathCad называется *рабочим листом*. Он содержит объекты: *формулы* и *текстовые блоки*. В ходе расчетов формулы обрабатываются последовательно, слева направо и сверху вниз, а текстовые блоки игнорируются. Ввод информации осуществляется в месте расположения курсора. Программа MathCad использует три вида курсоров. Если ни один объект не выбран, используется *крестообразный курсор*, определяющий место создания следующего объекта. При вводе формул используется *уголковый курсор*, указывающий текущий элемент выражения. При вводе данных в текстовый блок применяется *текстовый курсор* в виде вертикальной черты.

Формулы — основные объекты рабочего листа. Новый объект по умолчанию является формулой. Чтобы начать ввод формулы, надо установить крестообразный курсор в нужное место и начать ввод букв, цифр, знаков операций. При этом создается область формулы, в которой появляется уголковый курсор, охватывающий текущий элемент формулы, например имя переменной (функции) или число. При вводе бинарного оператора по другую сторону знака операции автоматически появляется заполнитель в виде черного прямоугольника. В это место вводят очередной операнд.

Для управления порядком операций используют скобки, которые можно вводить вручную. Уголковый курсор позволяет автоматизировать такие действия. Чтобы выделить элементы формулы, которые в рамках операции должны рассматриваться как единое целое, используют клавишу ПРОБЕЛ. При каждом ее нажатии уголковый курсор «расширяется», охватывая элементы формулы, примыкающие к данным. После ввода знака операции элементы в пределах уголкового курсора автоматически заключаются в скобки.

Элементы формул можно вводить с клавиатуры или с помощью специальных панелей управления. Панели управления открывают с

помощью меню View (Вид) или кнопками панели управления Math (Математика).

Введенное выражение обычно вычисляют или присваивают переменной. Для вывода результата выражения используют знак вычисления, который выглядит как знак равенства и вводится при помощи кнопки Evaluate Expression (Вычислить выражение) на панели инструментов Evaluation (Вычисление).

Методика и порядок выполнения работы

1. Простейшие математические вычисления

Задача 1. Найти ребро куба, равновеликого шару, площадь поверхности которого равна площади боковой поверхности прямого кругового конуса, у которого высота вдвое меньше, чем длина образующей. Объем этого конуса равен 1.

Анализ. Основные геометрические формулы, используемые при расчете.

$$\text{Объем конуса: } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\text{Площадь боковой поверхности конуса: } S = \pi r l$$

Соотношение в конусе между радиусом основания, высотой и длиной образующей: $r^2 + h^2 = l^2$

$$\text{Площадь поверхности шара: } S = \frac{4}{3} \pi R^2$$

$$\text{Объем шара: } V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{Объем куба: } V = a^3$$

1. Запустите программу MathCad
2. Откройте панель инструментов Arithmetic (Калькулятор) щелчком на кнопке Arithmetic Toolbar (Панель инструментов Математика) на панели инструментов Math (Математика) или с помощью команды View\Toolbars\Arithmetic (Вид\Панели\Вычисления).

3. Для удобства расчета будем обозначать каждую из вычисляемых величин отдельной переменной. Объем конуса обозначим как V и присвоим ему значение 1. Оператор присваивания вводится символом «:=» или кнопкой AssignValue (Определение) на панели инструментов Arithmetic (Калькулятор). Итак, надо ввести V:1. В

документе появится полноценный оператор присваивания: $V:=l$.

4. Путем несложных преобразований получим, что радиус основания конуса можно вычислить по формуле:

$$r = \sqrt[3]{\frac{V\sqrt{3}}{\pi}}$$

Вводить эту формулу следует слева направо. Порядок ввода этой формулы следующий: Сначала вводим знак корня произвольной степени: кнопка Nth Root (Корень данной степени) на панели инструментов Arithmetic (Арифметика) или комбинация клавиш CTRL+V. Щелкните на черном квадратике, стоящем на месте показателя степени и введите цифру 3. Щелкните на квадратике, замещающем подкоренное выражение, нажмите клавиши [V][*]. Введите знак квадратного корня: кнопка Square Root (Квадратный корень) на панели инструментов Arithmetic или клавиша [√] и цифру 3. Прежде чем вводить знаменатель, дважды нажмите клавишу ПРОБЕЛ. Обратите внимание на синий уголок, который указывает на текущее выражение. Предполагается, что знак операции связывает выбранное выражение со следующим. В данном случае это безразлично, но в целом этот прием позволяет вводить сложные формулы. Избегая ручного ввода дополнительных скобок, нажмите клавишу [/]. Чтобы ввести число π , можно воспользоваться комбинацией клавиш CTRL+SHIFT+P или соответствующей кнопкой на панели инструментов Arithmetic (Калькулятор).

5. Введите формулы для вычисления длины образующей и площади боковой поверхности конуса:

$$l = \frac{2r}{\sqrt{3}}; S = \pi r l$$

Указание знака умножения между переменными обязательно, так как иначе MathCad сочтет, что указана одна переменная с именем из нескольких букв.

6. Для вычисления радиуса шара R введите формулу: $R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$

7. Для вычисления объема шара введите формулу: $W = \frac{4}{3}\pi R^3$

Использовать переменную V во второй раз не следует, так как теперь мы определяем совершенно другой объем.

8. Заключительная формула $a = \sqrt[3]{W}$ позволит получить окончательный результат. После этого снова наберите имя переменной a и нажмите клавишу = или щелкните на кнопке Evaluate Expression (Числовое вычисление) на панели инструментов Arithmetic (Калькулятор). После формулы появится знак равенства и вычисленный результат: $a=0.7102$.

9. Вернитесь к самому первому выражению и отредактируйте его. Вместо значения 1 присвойте переменной значение 8. Сразу же перейдите к последней введенной формуле и обратите внимание, что результат расчета сразу же стал отражать новые начальные данные.

Вычисление дискретной функции с дискретным аргументом

Задача 2. Построить таблицу значений функции $f(x) = x \sin \sqrt{|x|}$ на отрезке $[0; 4\pi^2]$. Определим диапазон значений дискретного аргумента. Для этого введите выражение $i:=0..25$. При вводе используйте кнопку «Диапазон Переменных» на панели «Матрица».

1. Зададим изменение аргумента x на заданном интервале $[0; 4\pi^2]$. Введите следующую формулу: $x_i := i \cdot 4 \left(\frac{\pi}{5}\right)^2$. Для введения индекса аргумента используйте кнопку «Нижний индекс» на панели «Матрица» или клавишу на клавиатуре «[».

2. Ниже введенной формулы введите x_i и введите знак =. Появится таблица значений дискретного аргумента.

3. Вычислим функцию. Для этого наберите формулу: $f(x, i) := x_i \sin \sqrt{|x_i|}$ Ниже этой формулы наберите $f(x, i)$ и введите знак «=». Появится таблица значений функции.

Задания

Задание 1. Вычислить значения функции при заданных значениях ее переменных.

Задание 2. Вычислить дискретную функцию с дискретным аргументом и представить в виде таблиц.

№ варианта	Задание 1	Задание 2
1	$z = \frac{2 \cos(x - \pi/6)}{1/2 + \sin^2(y)},$ $w = 1 + \frac{u^2}{3 + u^2/5},$ при $x = 1.426, y = -1.220, u = 3.5$	$x_i := i \cdot 4(3\pi/5)^3$ $f(x) = x \sin x \cos 2x,$ при $i=0..25$
2	$w = \left x^{y/x} - \sqrt[3]{y/x} \right ,$ $u = (y-x) \frac{y-z/(y-x)}{1+(y-x)^2}$ при $x = 1.825, y = 18.225, z = -3.298$	$x_i := i \cdot 4(\pi)^2 + 3$ $f(x) = x \sin(x + \pi/3),$ при $i=2..25$
3	$s = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!},$ $z = x(\sin x^3 + \cos^2 y),$ при $x = 0.335, y = 0.025$	$x_i := i \cdot 4(\pi/5)^3$ $f(x) = 2 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right),$ при $i=0..20$
4	$y = e^{-bt} \sin(at + b) - \sqrt{ bt + a },$ $s = b \sin(at^2 \cos 2t) - 1,$ при $a = -0.5, b = 1.7, t = 0.44$	$x_i := i \cdot 4(3\pi/5)^2 + 1$ $f(x) = 1 + 6 \sin 6x,$ при $i=1..15$
5	$w = \sqrt{x^2 + b} - b^2 \sin^3(x+a)/x,$ $y = \cos^2 x^3 - \frac{x}{\sqrt{a^2 + b^2}},$ при $a = 1.5, b = 15.5, x = -2.9$	$x_i := i \cdot (\pi/6)^2$ $f(x) = \sin 7x \cos 6x,$ при $i=2..28$

№ варианта	Задание 1	Задание 2
6	$s = x^3 \operatorname{tg}^2(x+b)^2 + \frac{a}{\sqrt{x+b}},$ $Q = \frac{bx^2 - a}{e^{ax} - 1},$ при $a = 16.5, b = 3.4, x = 0.61$	$x_i := i \cdot \left(\frac{\pi}{5}\right)^3$ $f(x) = \cos 4x + 4 \cos 2x + 3$ при $i=5..30$
7	$R = \frac{x^2(x+1)}{b - \sin^2(x+a)},$ $S = \sqrt{\frac{xb}{a}} + \cos^2(x+b)^3,$ при $a = 0.7, b = 0.05, x = 0.5$	$x_i := i \cdot 3\left(\frac{2\pi}{5}\right)^2$ $f(x) = 3 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 4 \sin\left(\frac{x}{2}\right),$ при $i=0..20$
8	$y = \sin^3(x^2 + a)^2 - \sqrt{\frac{x}{b}},$ $z = \frac{x^2}{a} + \cos(x+b)^2,$ при $a = 1.1, b = 0.004, x = 0.2$	$x_i := i \cdot \left(\frac{\pi}{5}\right)$ $f(x) = \frac{2 \cos 2x}{\operatorname{tg}(x/2)},$ при $i=0..15$
9	$f = \sqrt[3]{m \operatorname{tg} t + c \sin t }, \frac{n!}{r!(n-r)!}$ $z = m \cos(bt \sin t) + c,$ при $m = 2, c = -1, t = 1.2, b = 0.7$	$x_i := i \cdot \left(\frac{3\pi}{4}\right)$ $f(x) = x \sin x + 4 \cos 2x,$ при $i=5..25$
10	$y = b \operatorname{tg}^2 x - \frac{a}{\sin^2\left(\frac{x}{a}\right)},$ $d = a e^{-\sqrt{a}} \cos\left(\frac{bx}{a}\right),$ при $a = 3.2, b = 17.5, x = -4.8$	$x_i := i \cdot \left(\frac{3\pi}{4}\right)^3$ $f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x,$ при $i=0..22$

№ варианта	Задание 1	Задание 2
11	$z = \frac{2 \cos(x - \pi/6)}{1/8 + \sin^2(y)},$ $w = 1 + \frac{u^3}{3 + u^3/8},$ <p>при $x = 1.856, y = -1.241, u = 3.9$</p>	$x_i := i \cdot (\pi/9)^3$ $f(x) = \cos 8x + 4 \cos 3x + 3$ <p>при $i=1..30$</p>
12	$w = \left x^{2y/x} - \sqrt[3]{2y/x} \right ,$ $u = (y - x) \frac{y - z/(3y - 5x)}{1 + (3y - 5x)^2}$ <p>при $x = 1.825, y = 18.225, z = -3.298$</p>	$x_i := i \cdot 3(2\pi/5)^2$ $f(x) = 3 \cos(x/2) + 4 \sin(x/2),$ <p>при $i=0..20$</p>
13	$s = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!},$ $z = x(\sin x^3 + \cos^2 y),$ <p>при $x = 0.335, y = 0.025$</p>	$x_i := i \cdot \left(\frac{\pi}{7} \right)$ $f(x) = \frac{2 \cos 4x}{\operatorname{tg}(x/4)},$ <p>при $i=0..15$</p>
14	$y = e^{-bt} \sin(at + b) - \sqrt{ bt + a },$ $s = b \sin(at^2 \cos 4t) - 1,$ <p>при $a = -0.7, b = 1.9, t = 0.66$</p>	$x_i := i \cdot \left(\frac{3\pi}{5} \right)$ $f(x) = x \sin x + 7 \cos 2x,$ <p>при $i=5..25$</p>
15	$w = \sqrt{x^2 + b} - b^2 \sin^3(x + a) / 2x,$ $y = \cos^4 x^3 - 2x / \sqrt{a^2 + b^2},$ <p>при $a = 1.8, b = 17.5, x = -4.9$</p>	$x_i := i \cdot \left(\frac{4\pi}{5} \right)^3$ $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x,$ <p>при $i=0..25$</p>

Содержание отчета и его форма

1. Тема, цель лабораторной работы.
 2. Краткое теоретическое описание работы.
 3. Описание выполнения работы.
 4. Продемонстрировать электронный вариант таблиц.
- Отчет сохранить в своей сетевой папке.

Контрольные вопросы и защита работы

1. Опишите интерфейс MathCad.
2. Как записываются формулы в MathCad?
3. Опишите, как вычисляются функции с дискретным аргументом.

К защите лабораторной работы представить отчет и ответить на предлагаемые контрольные вопросы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2: ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ В MATHCAD

Цель: Научиться строить двумерные и трехмерные графики в MathCad

Теоретические сведения

Чтобы построить двумерный график в координатных осях X-Y, надо дать команду Insert\Graph\X-Y Plot (Вставка \ График \ X-Y График) или на панели Математика выбрать командную кнопку *Графики \ X-Y График*. В области размещения графика находятся заполнители для указания отображаемых выражений и диапазона изменения величин. Заполнитель у середины оси координат предназначен для переменной или выражения, отображаемого по этой оси. Обычно используют диапазон или вектор значений. Граничные значения по осям выбираются автоматически в соответствии с диапазоном изменения величины, но их можно задать и вручную.

В одной графической области можно построить несколько графиков. Для этого надо у соответствующей оси перечислить несколько выражений через запятую. Разные кривые изображаются разным цветом, а для форматирования графика надо дважды щелкнуть на области графика. Для управления отображением построенных линий служит вкладка Traces (Линии) в открывшемся диало-

говом окне. Текущий формат каждой линии приведен в списке, а под списком расположены элементы управления, позволяющие изменять формат. Поле Legend Label (Описание) задает описание линии, которое отображается только при сбросе флажка Hide Legend (Скрыть описание). Список Symbol (Символ) позволяет выбрать маркеры для отдельных точек, список Line (тип линии) задает тип линии, список Color (Цвет). Список Type (Тип) определяет способ связи отдельных точек, а список Width (Толщина) - толщину линии.

Точно так же можно построить и отформатировать график в полярных координатах. Для его построения надо дать команду Insert\Graph\Polar Plot (Вставка\График\Полярные координаты).

Для построения простейшего трехмерного графика, необходимо задать матрицу значений. Отобразить эту матрицу можно в виде поверхности Insert\Graph\Surface Plot (Вставка\График\Поверхность), столбчатой диаграммы - Insert\Graph\3D Bar Plot (Вставка\График\Столбчатая диаграмма) или линии уровней - Insert\Graph\Contour Plot (Вставка\График\Линии уровня). Для построения параметрического точечного графика командой Insert\Graph\3D Scatter Plot (Вставка\График\Точки в пространстве) необходимо задать два вектора с одинаковым числом элементов, которые соответствуют x-, y- и z- координатам точек, отображаемых на графике. В области графика эти три вектора указываются внутри скобок через запятую.

Аналогичным образом можно построить поверхность, заданную параметрически. Для этого надо задать три матрицы, содержащие, соответственно, x-, y- и z- координаты точек поверхности. Теперь надо дать команду построения поверхности Insert\Graph\Surface Plot (Вставка\График\Поверхность) и указать в области графика эти три матрицы в скобках и через запятую. Таким образом, можно построить практически любую поверхность. Диалоговое окно для форматирования трехмерных графиков также открывают двойным щелчком на области графика.

Методика и порядок выполнения работы

Задача 1. Построить график функции $f(x) = x \sin \sqrt{|x|}$ в декартовых координатах.

1. Откройте файл с выполненным заданием лабораторной работы № 1.
2. Построим график данной функции. Переместите точку ввода в нижнюю часть документа ниже вычислений.
3. Нажмите клавишу [**@**] или щелкните на кнопке X-Y Plot (X-Y График) на панели инструментов Graph (Графики) или дайте команду Insert/Graph/X-Y Plot (Вставка/График/ X-Y График). В документе появится область для создания графика.
4. Вместо заполнителя в нижней части графика укажите в качестве независимой переменной x_i .
5. Вместо заполнителя слева от графика укажите $f(x,i)$. Диапазон значений для осей координат выбирается программой MathCad автоматически.
6. Чтобы изменить вид автоматически построенного графика, дважды щелкните внутри него. Откроется диалоговое окно Formatting Currently Selected X-Y Plot (Форматирование графика в декартовых координатах). Первая запись в списке на вкладке Traces (Следы) соответствует первой отображенной кривой. Для изменения записи используются поля под списком.
7. В Legend Label (Метка Легенды) введите название графика.
8. В раскрывающемся списке под столбцом Symbol (Символ) выберите способ обозначения для отдельных точек.

Построение трехмерных графиков

Задача 2. Изобразить на графике приблизительную форму электронных облаков в атомах.

Анализ. По современным представлениям электронные уровни в атоме определяются четырьмя квантовыми числами. Форма электронного облака определяется двумя из этих чисел: l определяет тип орбитали (значения 0-3 соответствуют s -, p -, d -, f -орбиталям); число m определяет магнитный момент электрона и может изменяться в диапазоне от -1 до 1. При $m=0$ форма электронного облака определяется на основе многочленов Лежандра первого рода:

$$P(x) = \frac{1}{2^l \cdot l!} \cdot \frac{d^l}{dx^l} (x^2 - 1)^l, \quad (1)$$

где l - степень многочлена.

В этом случае

$$Y(\varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \cdot |P(\cos \varphi)|. \quad (2)$$

Параметрическое задание соответствующей поверхности имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} x(\theta, \varphi) &= Y(\varphi) \cdot \sin \varphi \cdot \cos \theta \\ y(\theta, \varphi) &= Y(\varphi) \cdot \sin \varphi \cdot \sin \theta \\ z(\theta, \varphi) &= Y(\varphi) \cdot \cos \varphi \end{aligned} \quad (3)$$

Углы θ, φ изменяются в диапазоне от 0 до 2π .

1. Запустите программу MathCad

2. Определите переменную l , которая укажет тип орбитали:
 $l:=3$.

3. Построение поверхности будем производить по точкам. Задайте два диапазона, которые будут определять изменение параметров θ, φ , задающих поверхность. Удобно определить границы диапазона в целых числах (через точку с запятой, на экране изображаются две точки), а затем произвести перемасштабирование на отрезок $[0; 2\pi]$. Для задания границ диапазона воспользуйтесь кнопкой «Диапазон переменных» на панели инструментов «Матрица». $i:=1..100$ $j:=1..100$

$$\theta_i = i \cdot \frac{2\pi}{100}, \quad \varphi_j = j \cdot \frac{2\pi}{100} \quad (4)$$

4. Постройте двумерные матрицы, определяющие значения координат x, y и z в зависимости от значений параметров. Используйте названия переменных $X0, Y0, Z0$. т. е. введите формулы:

(1) – для ввода производной воспользуйтесь шаблоном производной на панели «Исчисление»;

$$(2) - \text{ в виде } Y(\varphi, i) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \cdot |P(\cos \varphi_i)|.$$

$$X0_{i,j} = Y(\varphi, j) \cdot \sin \varphi_j \cdot \cos \theta_i$$

$$(3) - \text{ в виде } Y0_{i,j} = Y(\varphi, j) \cdot \sin \varphi_j \cdot \sin \theta_i$$

$$Z0_{i,j} = Y(\varphi, j) \cdot \cos \varphi_j$$

5. Дайте команду Insert /Graph / Surface Plot (Вставка / График / Поверхность Графика) или воспользуйтесь кнопкой Surface Plot (Поверхность) на панели инструментов Graph (Графики).

6. В появившейся области графика вместо заполнителя укажите имена отображаемых матриц через запятую, заключив все их в скобки: (X0, Y0, Z0).

7. Чтобы изменить формат построенного графика, дважды щелкните на его области. Откроется диалоговое окно 3-D Plot Format (Формат трехмерного графика).

8. На вкладке General (Общие) установите флажок Equal Scales (Равный масштаб), чтобы обеспечить одинаковый масштаб по осям координат.

На вкладке Appearance (Оформление) установите переключатель Fill Surface (Заливка поверхности), чтобы обеспечить заливку построенной поверхности.

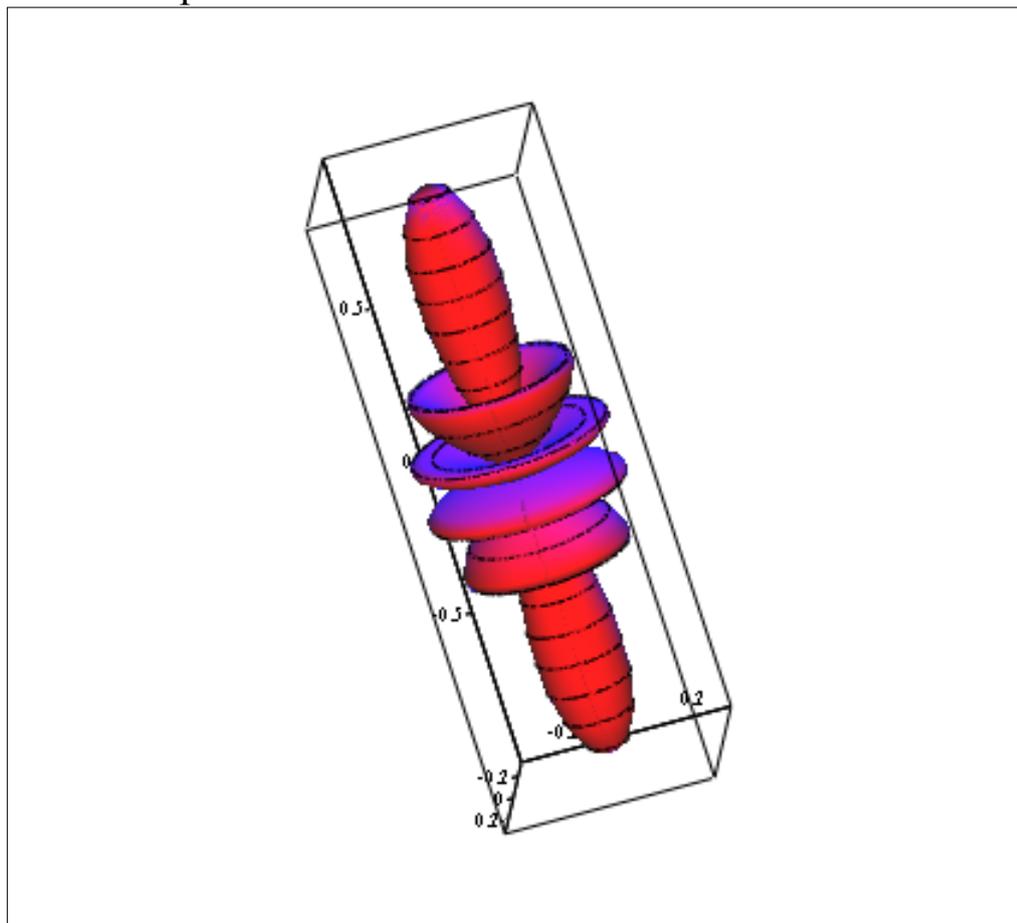


Рис.1 График поверхности электронного облака в атоме

9. На вкладке Lighting (Подсветка) включите режим освещения поверхности. Установите флажок Enable Lighting (Включите под-

светку), отключите все источники света, кроме первого.

10. На панели Light Location (Размещение источника) задайте координаты источника света. Используйте кнопку Применить, чтобы сразу видеть последствия сделанных настроек. По окончании настройки закройте диалоговое окно щелчком на кнопке ОК.

11. Путем протягивания мыши в области графика измените направление осей координат, чтобы изображение было видно наиболее отчетливо.

12. Изменяя значение l , можно увидеть форму электронных облаков для разных орбиталей, в том числе и не встречающихся в природе.

Задания

Задание 1. Построить график функции в декартовых координатах. Интервал выбрать произвольно.

Задание 2. Построить график поверхности в декартовых координатах. Интервал выбрать произвольно.

№ варианта	Задание 1	Задание 2
1	$y(x) = \frac{ x (x-1)}{x+1}$	$F(x, y) = \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4}$
2	$y(x) = \frac{x^3 - 32}{x^2}$	$F(x, y) = \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4}$
3	$y(x) = \sqrt[3]{x(x+6)^2}$	$F(x, y) = 3y^2 - 4x^2 - 12$
4	$y(x) = \frac{x^2 + 8}{\sqrt{x^2 - 4}}$	$F(x, y) = 4x^2 + 3y^2 - 12$
5	$y(x) = \frac{10x^2 - 9}{\sqrt{4x^2 - 1}}$	$F(x, y) = 8 - x^2 - 4y^2$
6	$y(x) = (2x + 3)e^{-x-3}$	$F(x, y) = \sqrt{7x^2 - 3y^2 - 21}$
7	$y(x) = \left(2 + \frac{1}{x}\right)^2$	$F(x, y) = \frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{16}$
8	$y(x) = \frac{x^2 - 6x + 9}{(x-1)^2}$	$F(x, y) = \frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y-3)^2}{16}$

№ варианта	Задание 1	Задание 2
9	$y(x) = 2 - \frac{3x}{x^2 + 3}$	$F(x, y) = \frac{2x^2 + 4y^2}{5}$
10	$y(x) = \sqrt[3]{(x+2)^2} - 1$	$F(x, y) = \frac{(x+2)^2}{25} + \frac{(y+3)^2}{16}$
11	$y(x) = \frac{x^2 + 9}{\sqrt{x^2 - 1}}$	$F(x, y) = \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{7}$
12	$y(x) = \frac{12x^2 - 9}{\sqrt{9x^2 - 1}}$	$F(x, y) = \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6}$
13	$y(x) = (5x + 3)e^{-x-7}$	$F(x, y) = 4y^2 - 3x^2 - 12$
14	$y(x) = \left(3 + \frac{1}{3x}\right)^2$	$F(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 12$
15	$y(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{(x-1)^2}$	$F(x, y) = 16 - x^2 - 2y^2$

Содержание отчета и его форма

1. Тема, цель лабораторной работы.
 2. Краткое теоретическое описание работы.
 3. Описание выполнения работы.
 4. Продемонстрировать электронный вариант таблиц.
- Отчет сохранить в своей сетевой папке.

Контрольные вопросы и защита работы

1. Опишите интерфейс MathCad.
2. Как записываются формулы в MathCad.
3. Опишите как вычисляются функции с дискретным аргументом.

К защите лабораторной работы представить отчет и ответить на предлагаемые контрольные вопросы.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3: РЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ В MATHCAD

Цель: научиться находить решения систем уравнений в математической системе MathCad.

Теоретическое обоснование

Если надо решить систему уравнений (неравенств), используют так называемый блок решения, который начинается с ключевого слова `given` (дано) и заканчивается вызовом функции `find` (найти). Между ними располагают «логические утверждения», задающие ограничения на значения искомых величин, иными словами, уравнения и неравенства. Всем переменным, используемым для обозначения неизвестных величин, должны быть заранее присвоены начальные приближения.

Чтобы записать уравнение, в котором утверждается, что левая и правая части равны, используется знак логического равенства — кнопка `Boolean Equals` (Равно) на Панели Логики. Другие знаки логических условий также можно найти на этой панели.

Заканчивается блок решения вызовом функции `find`, у которой в качестве аргументов должны быть перечислены искомые величины. Эта функция возвращает вектор, содержащий вычисленные значения неизвестных.

Методика выполнения работы

Задача 1. Найти значения x и y с начальными приближениями $x = 0$ и $y = 0$ из системы:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

1. Запустите программу MathCad

2. Используя панель инструментов `Evaluation` (Калькулятор) и `Boolean` (Логика) с кнопкой `Boolean Equals` (Равно) на рабочем поле введите

$x := 0$ $y := 0$
given

$$x + y = 1$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

$\text{find}(x,y)=$

3. На экране появится результат:

$$\text{find}(x,y) = \begin{bmatrix} 1.823 \\ -0.823 \end{bmatrix}$$

4. Измените начальные приближения x и y таким образом, чтобы изменились результаты.

Задача 2: Найти значения x_1, x_2, x_3 , решив систему уравнений:

$$\begin{cases} 7x_1 - x_2 - 4x_3 = 2 \\ -6x_1 + 6x_2 + x_3 = 1 \\ -4x_1 + x_2 + 5x_3 = 2 \end{cases}$$

Введем следующие обозначения:

A — матрица коэффициентов системы;

B — вектор свободных членов;

X — вектор результатов решения.

1. Выведите на экран панели инструментов, необходимые для работы. Для этого:

- выполните команду Вид \Панели\ Математика – для вывода панели 1;

- щелкните левой кнопкой мыши на 3-ей слева пиктограмме этой панели для вывода на экран панели 2 – Matrix or Vector(Панель Векторов и Матриц).

2. Задайте матрицу A коэффициентов системы:

- в левом верхнем углу рабочего поля окна документа щелкните левой кнопкой мыши;

- наберите прописными буквами ORIGIN:=1 , чтобы начать индексацию результатов решения системы с номера 1;

- щелкните левой кнопкой «мыши» в рабочей области окна в месте расположения матрицы;

- введите с клавиатуры имя матрицы A ;

- на панели Калькулятор щелкните на кнопке Определение, на экране появится $A:=$

- щелкните мышью на пиктограмме с изображением стилизованной матрицы на панели 2;

- задайте размер матрицы A 3×3 ; нажмите кнопку $\langle OK \rangle$.

На экране появится заготовка для матрицы:

$$A := \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix}$$

○ введите значения элементов матрицы: мышью установите курсор на верхнем левом черном прямоугольнике матрицы и введите значение 7;

○ нажмите клавишу $\langle Tab \rangle$. Курсор переместится на одну ячейку вправо, последовательно введите значения:

$$\begin{vmatrix} 7 & -1 & -4 \\ -6 & 6 & 1 \\ -4 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

3. Установите курсор в рабочей области окна под матрицей A и аналогично (в соответствии с пунктом 2) введите матрицу B:

○ нажмите $\langle Ctrl \rangle + \langle M \rangle$; задайте размер матрицы B - 3x1

○ введите матрицу B:
$$B := \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{vmatrix};$$

○ нажмите $\langle Enter \rangle$

4. Создайте обратную матрицу A^{-1} :

○ введите с клавиатуры A.

○ нажмите $\langle Shift \rangle + \langle 6 \rangle$

○ введите -1.

○ наберите знак "=".

Либо воспользуйтесь кнопкой Инверсия на Панели Векторов и Матриц.

5. Для нахождения корней системы линейных уравнений требуется вычислить определитель det . В изучаемом пакете вычисление определителя осуществляется записью следующего выражения: $det := |A|$.

○ Наберите его, используя соответствующую пиктограмму панели инструментов 2

○ Выведите на экран полученное значение $det=$, появится запись $det=105$.

Если значение определителя det не равно 0, то есть матрица ко-

эффициентов A невырождена, задача имеет однозначное решение во всех случаях и для любого вектора B найдется единственный вектор X , удовлетворяющий заданной системе уравнений.

6. Чтобы найти вектор X , выполните следующее:

- введите с клавиатуры $X:A^{-1}$;
- нажмите два раза клавишу вправо $\langle \rightarrow \rangle$ и наберите $*B$;
- нажмите клавишу $\langle \text{Enter} \rangle$. На экране появится $X:=A^{-1}B$.

7. Введите с клавиатуры $X=$. На экране появится результат решения – матрица 3×1 . Убедитесь, что все компоненты вектора X равны единице.

8. Чтобы вывести на экран значения X_1, X_2, X_3 , выполните следующее:

- введите с клавиатуры $X/1=$, на экране появится:
 $X1 =$ значение первого корня;
- введите с клавиатуры $X/2=$, на экране появится:
 $X2 =$ значение второго корня;
- так же получите и значения третьего корня.

Варианты заданий для самостоятельного выполнения

$$1. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5; \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1; \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6; \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20; \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9; \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4; \\ x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1; \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -4; \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 4; \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11; \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8; \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -1; \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31; \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 20; \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3; \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 5; \\ 3x_1 - 5x_2 - 6x_3 = -7. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 9; \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7; \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 1; \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2; \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 3. \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5; \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1; \\ 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 2. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 8; \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11; \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 + x_3 = 9; \\ 3x_1 - 2x_2 + 6x_3 = -7; \\ 4x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -10. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 = -2; \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -4; \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9; \\ 4x_1 + 10x_2 - 6x_3 = 8; \\ x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$$

Содержание отчета и его форма

1. Тема, цель лабораторной работы.
 2. Краткое теоретическое описание работы.
 3. Описание выполнения работы.
 4. Продемонстрировать электронный вариант таблиц.
- Отчет сохранить в своей сетевой папке.

Контрольные вопросы и защита работы

1. Продемонстрировать электронный результат решений.
2. Знать ответы на вопросы:

Как решается система уравнений в MathCad?

На какой панели находятся знаки логических условий?

Как задаются произвольные зависимости между входными и выходными параметрами?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4: РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В MATHCAD

Цель: поиск корней нелинейных уравнений с помощью функции Root.

Теоретическое обоснование

Многие уравнения не имеют аналитических решений. Они могут решаться численными методами с заданной погрешностью. Для простейших уравнений вида $F(x) = 0$ решение находится с помощью функции root (выражение, имя переменной). Функция root возвращает значение переменной, при котором выражение становится равным нулю, т.е. $F(x) = 0$. Для решения уравнения надо сначала задать начальное приближение переменной. Функция всегда имеет несколько решений, поэтому выбор решения определяется начальным приближением переменной. Если уравнение имеет несколько корней, то результат, выдаваемый функцией root, зависит от выбранного начального приближения. Стандартные математические функции, такие как cos, sin, log, exp, можно вводить посимвольно или вставлять из прокручивающегося списка. Чтобы вызвать прокручивающийся список встроенных функций MathCad, следует выбрать пункт Insert Function из меню Math.

Методика и порядок проведения работы

Задача 1. Найти корень уравнения $2\sin(x) = x$ с разными начальными приближениями x .

1. Запустите программу *MathCad*

2. На рабочем поле документа введите:

$x := 1$

$root(2*\sin(x) - x, x) =$

3. На экране появится результат: 1.895.

4. Измените начальное приближение x для поиска другого корня уравнения. Результаты запишите.

Задача 2. Определить значение корня уравнения $x + \lg(x) + \ln(x/10) = 11.1$ с точностью 10^{-3} , если известно,

что $x \in [10; 11]$. Введем условные обозначения:

$f(x)$ — функция, приравниваемая к 0;

TOL — точность вычисления;

x — начальное приближение переменной;

$x1$ — приближенное решение функции $f(x)$.

1. Задание вида функции и условий:

○ в рабочей области, экрана с клавиатуры введите функцию $f(x) := x + \lg(x) + \ln(x/10) - 11.1$;

○ в рабочей области экрана введите точность $TOL := 10^{-3}$ и начальное приближение переменной $x := 10$;

○ функции, которые не заданы в *MathCad* в явном виде, необходимо выразить через другие функции, например $\lg(x) = \ln(x)/\ln(10)$.

2. Решение нелинейного уравнения с помощью функции *root*:

○ в рабочей области экрана наберите $x1 := \text{root}(f(x), x)$

○ нажмите $\langle \text{Enter} \rangle$.

3. Вывод на экран значения $x1$:

○ наберите $x1 = \langle \text{Enter} \rangle$. На экране появится приближенное значение $x1$. По умолчанию количество знаков после запятой равно 3;

○ если требуемая точность превышает 10^{-2} , необходимо изменить формат вывода результата на экран командой: *Формат\Результат* и в окне *Формат Результата* на вкладке *Формат Номеров* в строке *Количество десятичных точек* выбрать нужное значение.

Задача 3. Найти все корни уравнения:

$$(1 + y - y^2)^2 + y = 2$$

Анализ. Это уравнение четвертого порядка. Легко подобрать один корень ($y=1$). Остающееся уравнение третьего порядка не имеет рациональных корней, так что поиск других корней этого уравнения — дело непростое. Неясно даже, сколько еще действительных корней имеет данное уравнение. Результаты численного решения зависят от подбора начального приближения и поэтому не гарантируют отыскания всех корней уравнения. Мы же решим это уравнение аналитически.

1. Введите заданное уравнение. Чтобы раскрыть скобки, выде-

лите уравнение и дайте команду

Symbolics\Simplify (Символика \ Упрощение).

2. Выделите в полученном уравнении независимую переменную (в данном случае y) и дайте команду

Symbolics\Variable\Solve (Символика \ Переменная \ Разрешить).

Программа MathCad выдаст вектор, элементами которого являются корни данного уравнения.

3. Полученный результат содержит сложные комплексные радикалы, и его невозможно применить с пользой (нельзя даже точно сказать, являются ли корни действительными или комплексными). Следующий шаг — раскрытие скобок, в данном случае упрощение аргументов. Для этого примените команду

Symbolics \ Expand (Символика \ Расширить).

Это наилучшая точная запись решения, которую можно получить с помощью программы *MathCad*.

4. Чтобы получить результат в числовом виде, достаточно ввести в конце выражения (итогового или на любой из предыдущих стадий) команду вычисления (=).

$$\left[\begin{array}{c} 1 \\ \frac{1}{6} \cdot \frac{\left[(-28 + 84 \cdot i \cdot \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} + 28 + 2 \cdot (-28 + 84 \cdot i \cdot \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} \right]}{(-28 + 84 \cdot i \cdot \sqrt{3})^{\frac{1}{3}}} \\ \frac{1}{12} \cdot \frac{\left[-(-28 + 84 \cdot i \cdot \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} - 28 + 4 \cdot (-28 + 84 \cdot i \cdot \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} + i \cdot \sqrt{3} \cdot (-28 + 84 \cdot i \cdot \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} - 28 \cdot i \cdot \sqrt{3} \right]}{(-28 + 84 \cdot i \cdot \sqrt{3})^{\frac{1}{3}}} \\ \frac{1}{12} \cdot \frac{\left[-(-28 + 84 \cdot i \cdot \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} - 28 + 4 \cdot (-28 + 84 \cdot i \cdot \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} - i \cdot \sqrt{3} \cdot (-28 + 84 \cdot i \cdot \sqrt{3})^{\frac{2}{3}} + 28 \cdot i \cdot \sqrt{3} \right]}{(-28 + 84 \cdot i \cdot \sqrt{3})^{\frac{1}{3}}} \end{array} \right] = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.802 \\ -1.247 \\ 0.445 \end{pmatrix}$$

Задание 1: Решить уравнение

1. $x + e^x = 0$ с точностью 10^{-5} , если $x_0 = 0.8$

2. $x \ln x - 1 = 0$ с точностью 10^{-3} , если $x_0 = 2$

3. $\tan x - x = 0$ с точностью 10^{-6} , если $x_0 = 0.7$
4. $x - \sin x - 0.25 = 0$ с точностью 10^{-5} , если $x_0 = 0.3$
5. $2x - e^{-0.1x} = 0$ с точностью 10^{-4} , если $x_0 = 0.4$
6. $2x - e^{-0.1x} = 0$ с точностью 10^{-5} , если $x_0 = 1.8$
7. $x + \ln x = 0$ с точностью 10^{-6} , если $x_0 = 1.4$
8. $x - 5 \ln x = 0$ с точностью 10^{-3} , если $x_0 = 0.5$
9. $x + \ln x - 0.125e^x = 0$ с точностью 10^{-4} , если $x_0 = 1.1$
10. $\sin x + \cos 2x = 0$ с точностью 10^{-5} , если $x_0 = 0.2$
11. $x - \sin 2x - 0.5 = 0$ с точностью 10^{-3} , если $x_0 = 0.5$
12. $4x - e^{-0.2x} = 0$ с точностью 10^{-5} , если $x_0 = 0.6$
13. $3x - e^{-0.1x} = 0$ с точностью 10^{-4} , если $x_0 = 1.6$
14. $x + \ln 2x = 0$ с точностью 10^{-5} , если $x_0 = 1.3$
15. $x - 7 \ln x = 0$ с точностью 10^{-4} , если $x_0 = 0.9$

Задание 2: Найти все корни уравнения

1. $x^3 + 1 = 0$
2. $x^3 - 6x + 2 = 0$
3. $x^3 + x - 10000 = 0$
4. $2x^3 + 3x^2 + 4x + 5 = 0$
5. $x^4 - 4x - 1 = 0$
6. $2x^4 - 3x^2 + 75x - 10000 = 0$
7. $x^5 - x - 0.2 = 0$
8. $x^5 + x^4 + x - 1 = 0$
9. $x^5 - 10x + 128 = 0$
10. $x + e^x = 0$
11. $x^3 - 1 = 0$
12. $x^3 - 12x + 2 = 0$
13. $x^3 + x - 200 = 0$
14. $6x^3 + 5x^2 + 3x + 2 = 0$
15. $2x^4 - 5x - 3 = 0$

Задание 3: Решить уравнение

1. $x \ln x - 1 = 0$
2. $\tan x - x = 0$
3. $x - \sin x - 0.25 = 0$
4. $2x - e^{-0.1x} = 0$
5. $x - e^{-0.1x} = 0$
6. $x + \ln x = 0$
7. $x - 5 \ln x = 0$
8. $x + \ln x - 0.125e^x = 0$
9. $\sin x + \cos 2x = 0$
10. $x^7 - 2x^6 + 7x - 8 = 0$
11. $2x + \ln x = 0$
12. $x - 7 \ln x = 0$
13. $x + \ln 2x - 0.5e^x = 0$
14. $\sin 5x + \cos 2x = 0$
15. $x^7 - 4x^6 + 5 - 9 = 0$

Содержание отчета и его форма

1. Тема, цель лабораторной работы.
 2. Краткое теоретическое описание работы.
 3. Описание выполнения работы.
 4. Продемонстрировать электронный вариант таблиц.
- Отчет сохранить в своей сетевой папке.

Контрольные вопросы и защита работы

1. Продемонстрировать электронный результат решений.
 2. Знать ответы на вопросы:
 - Какая функция используется для нахождения корней уравнения в системе MathCad?
 - Какого вида уравнения можно решать с использованием этой функции?
 - Как осуществляется использование функций в выражении?
- Как используются пользовательские функции?

ЛИТЕРАТУРА

1. Дьяконов, В.П. Mathcad 11/12/13 в математике: справочное пособие / В.П. Дьяконов. – М.: Горячая Линия – Телеком, 2007. – 958 с.
2. Кирьянов, Д.В. Самоучитель Mathcad 11 / Д.В. Кирьянов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 560 с.
3. Макаров, Е. Инженерные расчеты в Mathcad 14 / Е. Макаров. – СПб.: ПитерПрес, 2007. – 592 с.

Учебное издание

Коваленко Наталья Николаевна

Расчеты в системе MathCad

Учебно-методическое пособие
по выполнению лабораторных работ
и самостоятельной подготовке

Ответственный за выпуск *П.С. Кравцов*

Подписано в печать 18.03.2010. Формат 60x84/16.
бумага офсетная. Гарнитура «таймс». Ризография.

Усл. печ. л. 1,63. Уч.-изд. л. 1,1

Тираж 75 экз. Заказ № 1032

Отпечатано в редакционно-издательском отделе
Полесского государственного университета
225710, г. Пинск, ул. Днепровской флотилии, 23.