

УДК 339.726.5(476)

МНОГОПЕРИОДНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ ПОРТФЕЛЯ РЕЗЕРВНЫХ АКТИВОВ НА ОСНОВЕ МНОГОМЕРНОЙ МОДЕЛИ ВОЛАТИЛЬНОСТИ

Ю.М. Михалёнок, магистрант

*Научный руководитель – В.И. Малюгин, к.физ.- мат.н., доцент,
Белорусский государственный университет*

Значимость золотовалютных резервов как инструмента поддержания финансовой стабильности государства в условиях мирового финансового кризиса обусловило рост интереса к процессу управления государственными международными резервными активами в последние годы. Общий объем мировых золотовалютных резервов вырос в 3 раза [1, с. 9]. Значительное увеличение объём-

мов международных резервов на балансах центральных банков приводит к актуальности проблем разработки принципов и механизмов эффективного управления золотовалютными резервами на современном этапе.

При реализации функций управления активами финансовые организации сталкиваются с различными финансовыми рисками, одним из которых является рыночный риск. Рыночный риск обусловлен волатильностью (изменчивостью) курсов финансовых активов (обменных курсов валют, курсов ценных бумаг, процентных ставок) и, соответственно, неопределенностью относительно будущих цен финансовых активов.

В работе рассматривается задача многопериодной оптимизация структуры портфеля международных резервных активов относительно рыночных рисков с учетом ограничений накладываемых на их структуру. В рамках решения данной задачи исследуется также проблема прогнозирования количественных мер риска портфеля на основе многомерных моделей волатильности.

Обозначим: τ – заданный временной горизонт (период владения); $P_{i,t}, P_{i,t+\tau}$ – рыночные цены (курсы) i -го актива в моменты времени $t, t + \tau$; $r_{i,t} \equiv r_{i,t}(\tau) = \ln P_{i,t+\tau} / P_{i,t}$ – логарифмическая доходность финансового актива за временной горизонт τ .

Для количественного измерения рыночного риска будем использовать меру риска VaR (Value at Risk) [1; 2; 3], которая определяется как оценка максимальных потерь по финансовой позиции, которую с заданной вероятностью p не превысят убытки в течение заданного временного горизонта τ . Рыночная VaR для доходности i -го актива в момент времени t относительно временного горизонта τ с уровнем доверия $100(1 - p)$ процентов ($0 < p < 1$) вычисляется по формуле:

$$VaR_{i,p}^i(\tau) = F_{i,t}^{-1}(p),$$

где $F_{i,t}^{-1}(p)$ – квантиль распределения доходности $r_{i,t}$ уровня p .

Пусть портфель включает n активов с нулевым вектором ожидаемых доходностей (в предположении эффективности финансового рынка) и ковариационной матрицей Σ_t случайного вектора доходностей активов $r_t = (r_{1t}, \dots, r_{nt})'$, входящих в портфель в момент времени t . В предположении условной нормальности распределения доходностей активов, характеристика VaR для портфеля в момент времени t определяется выражением:

$$VaR_{i,p}^{portf}(t) = \Phi^{-1}(p)\sigma_t^{portf},$$

где X – n -мерный вектор-столбец, определяющий структуру портфеля; $\sigma_t^{portf} = \sqrt{X'\Sigma_t X}$ – риск (волатильность доходности) портфеля в момент времени t ($t = 1, \dots, T$) [4].

При определении оптимальной структуры портфеля международных резервных активов следует учитывать ограничения на характеристики портфеля, обусловленные задачами инвестора и типом включаемых в портфель активов. Обозначим множество всех возможных значений вектора X , удовлетворяющих указанным ограничениям через Ω .

Задача оптимизации структуры портфеля в момент времени t , в смысле минимизации рыночных рисков характеризующихся величиной VaR вида (1), в силу линейности данной характеристики по σ_t^{portf} принимает вид [4, с. 217]:

$$\sigma_t^{portf} = \sqrt{X'\Sigma_t X} \rightarrow \min_{X \in \Omega}, t = 1, \dots, T.$$

Задача (2) является задачей многопериодной оптимизации структуры портфеля для периодов владения $t = 1, \dots, T$. Очевидно, ключевой проблемой при ее решении является проблема эконометрического моделирования и прогнозирования матрицы Σ_t на основе некоторой многомерной модели волатильности.

В данной работе для решения указанной задачи используется многомерная модель условной гетероскедастичности с динамической условной матрицей корреляций (*Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH – DCC MGARCH*), предложенная в [5; 6].

Данная модель строится в предположении многомерного условного нормального распределения случайного вектора доходностей активов $r_t = (r_{1t}, \dots, r_{nt})'$ и может быть описана следующими соотношениями [6]:

$$\begin{aligned} r_t | \mathfrak{I}_{t-1} &\sim N_n(0, \Sigma_t), \quad \Sigma_t = D_t P_t D_t, \\ P_t &= \text{diag}\{\tilde{Q}_t\}^{-1} Q_t \text{diag}\{\tilde{Q}_t\}^{-1}, \\ Q_t &= (1 - a - b)\bar{Q} + a\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1} + bQ_{t-1}, \\ \varepsilon_t &= D_t^{-1} r_t, \end{aligned}$$

где \mathfrak{I}_{t-1} – информация, доступная к моменту времени $t-1$; D_t – диагональная матрица, элементами которой являются квадраты волатильностей $\sigma_{i,t}$, полученные с помощью одномерных GARCH-моделей; \bar{Q} – безусловная матрица корреляций стандартизованных остатков ε_t ; $a, b, a + b < 1$ – параметры модели.

Описанная модель позволяет учесть эффекты условной гетероскедастичности и сериальной корреляции доходностей активов, существенные для современных финансовых рынков. Кроме того, данная модель обладает важной для практического применения вычислительной простотой.

В работе исследуется точность оценок VaR для портфеля активов, полученных на основе модели DCC MGARCH. В рамках решения задачи многопериодной оптимизации структуры портфеля (2) находится и исследуется оптимальная структура портфеля резервных активов, а также проводится ее сравнительный анализ с оптимальной по Марковицу структурой портфеля в предположении постоянства ковариационной матрицы доходностей активов [4].

Список использованных источников

1. Papaioannou, E., Portes, R., Siourounis, G. Optimal currency shares in international reserves. // European Central Bank. – 2006. – N 695.
2. Alexander, J., Frey, R., Embrechts, P. Quantitative Risk Management. Concepts, Techniques and Tools / D. Duffie, S. Schaefer// Princeton University Press: Princeton and Oxford. – 2005. – 538 p.
3. Малюгин, В.И. Прогнозирование VaR в условиях неоднородной волатильности рынка /В.И. Малюгин, А.А. Петрушко // Банковский Вестник. – 2011. – № 4 (513). – С. 41–52.
4. Малюгин В.И. Рынок ценных бумаг: количественные методы анализа / В.И Малюгин. – М.: Дело, 2003. – 320 с.
5. Engel, R.F., Sheppard, K. Theoretical and empirical properties of dynamic conditional correlation multivariate GARCH. / R.F. Engel, K. Sheppard // National Bureau of Economic Research. – 2001. – N 8554.
6. Engel, R.F. Dynamic Conditional Correlation – A Simple Class Of Multivariate GARCH Models. / R.F. Engel // Journal of Business and Economic Statistics. – 2002. – 20(3). – P. 339–350.