УДК 517.2(075)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СМЕНЫ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО УКЛАДА

М.Г. Болтромеюк, *2 курс*
Научный руководитель – ***И.Н. Климашевская****, к. физ.-мат. н., доцент*
Брестский государственный университет им.А.С.Пушкина

Для динамического и эффективного развития производства необходимо систематически обновлять производственный аппарат. В условиях рыночной экономики закон конкуренции неумолимо заставляет предпринимателей менять устаревшее оборудование на новое.

Рассмотрим математическую модель смены технологического уклада. Некоторые исходные предпосылки выберем таким образом, чтобы побочные эффекты не затеняли основной предмет модели – перевооружение. Так, будем считать, что коэффициенты выбытия одинаковы для старого и нового способов, т.е. $\mu_0 = \mu_1 = \mu$. Кроме того, примем, что трудовые ресурсы постоянны, т.е. $L(t) = L = const$, а лаги капиталовложений отсутствуют внутри каждого способа.

Поскольку старый способ исчерпал себя, то к началу перевооружения он уже находился в стационарном режиме, следовательно,

$$k_0 = \left(\frac{A_0 \rho_0}{\mu_0}\right)^{\frac{1}{1-\alpha_0}}, x_0 = A_0 (k_0)^{\alpha_0}, i_0 = \rho_0 x_0, c_0 = (1-\rho_0) x_0, \qquad (1)$$

где X - валовой общественный продукт; C -фонд непроизводственного потребления; I - инвестиции; L - число занятых; K - фонды; μ - доля выбывших за год основных производственных фондов; ρ - норма накопления (доля валовых инвестиций в ВВП); $k = \frac{K}{L}$ - фондовооруженность; $x = \frac{X}{L}$ -народнохозяйственная производительность труда; $i = \frac{I}{L}$ -удельные инвестиции (на одного занятого); $c = \frac{C}{L}$ -среднедушевое потребление (на одного занятого).

Если удельное потребление можно сократить до уровня $\underline{c}, \underline{c} < c_0$, то высвободившиеся мощности можно использовать для производства средств труда для нового способа, причём вследствие наличия лага инвестиции делаются раньше в момент $t-\tau$, а ввод фондов осуществляется в момент t, т.е.

$$V_1(t) = I(t-\tau) \qquad (2)$$

За время τ общий объём инвестиций составит $L(c_0 - \underline{c})\tau$, а на текущий момент ($t < \tau$) $L(c_0 - \underline{c})t$.

Переходный период $0 < t < T$ распадается на три этапа (ниже суммарные показатели старого и нового способов употребляются без индексов).

Этап накопления ($0 < t < \tau$)

Накопление происходит за счет сокращения удельного потребления до минимально допустимого уровня $\underline{c}$, отдачи от вложений в новый способ еще нет, поэтому действует только старый способ $k(t) = k_0$, $x(t) = x_0$, $c(t) = \underline{c}$, $i(t) = c_0 - \underline{c}$, $I(t) = (c_0 - \underline{c})Lt$, $V(t) = 0$.

Этап отдачи накоплений ($\tau < t < 2\tau$)

Накопления старого способа в новый начинают давать отдачу, старый способ прекращает накопления для нового, поэтому $c_0(t) = c_0$, кроме того, новый способ осуществляет накопления для себя (без лага). Учитывая $K_1 = k_1 L_1$, получаем уравнение

$$\frac{dL_1}{dt} = bL_1 + d, \quad L_1(\tau) = 0, \qquad (3)$$

где $b = \mu\left[\left(\frac{k_1^0}{k_1}\right)^{1-\alpha_1} - 1\right]$, $d = \frac{(c_0 - \underline{c})L}{k_1}$

Уравнение (3) имеет следующее решение:

$$L_1(t) = d\frac{e^{b(t-\tau)} - 1}{b} = \frac{(c_0 - \underline{c})L\left[e^{b(t-\tau)} - 1\right]}{\mu k_1\left[\left(\frac{k_1^0}{k_1}\right)^{1-\alpha_1} - 1\right]}, \theta_1 = \frac{(c_0 - \underline{c})\left[e^{b(t-\tau)} - 1\right]}{\mu k_1\left[\left(\frac{k_1^0}{k_1}\right)^{1-\alpha_1} - 1\right]}, \theta_0(t) = 1 - \theta_1(t)$$

Момент окончания переходного процесса T определяется из уравнения

$$\theta_1(T) = 1, \qquad (4)$$

которое означает окончание перелива трудовых ресурсов в новый способ.

При $T < 2\tau$ имеет место ускоренный переходный процесс, который кончается уже на втором этапе, при этом из уравнения (4):

$$T = \tau + \frac{\ln\left\{1 + \dfrac{\mu k_1\left[\left(\dfrac{k_1^0}{k_1}\right)^{1-\alpha_1} - 1\right]}{c_0 - \underline{c}}\right\}}{\mu\left[\left(\dfrac{k_1^0}{k_1}\right)^{1-\alpha_1} - 1\right]} \qquad (5)$$

В противном случае имеет место замедленный переходный процесс, который оканчивается при $T > 2\tau$, то есть завершается на третьем этапе.

Этап завершения переходного процесса ($2\tau < t < T$)

При $T > 2\tau$ к моменту $t = 2\tau$ полностью закончен ввод фондов нового способа за счет накопления старого способа. Новый способ развивается за счет собственных инвестиций.

Уравнение для фондов в этом случае примет вид

$$\frac{dK_1}{dt} = -\mu K_1 + \rho_1 A_1 K_1^{\alpha_1} L_1^{1-\alpha_1}, \quad K_1(2\tau) = dk_1 \frac{e^{b\tau} - 1}{b} \qquad (6)$$

Исследуя уравнения аналогично второму этапу, находим T:

$$T = 2\tau + \frac{1}{b}\ln\left\{\frac{\mu k_1\left[\left(\dfrac{k_1^0}{k_1}\right)^{1-\alpha_1} - 1\right]}{(c_0 - \underline{c})(e^{b\tau} - 1)}\right\} \qquad (7)$$