УДК 330.45:519.852.33

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ТРАНСПОРТНЫХ ЗАДАЧ В ЭКОНОМИКЕ

***В.О. Ковтик**, 2 курс*
Научный руководитель − ***Е.А. Шинкевич**, к. физ.− мат. н.*
Белорусский государственный технологический университет

Под названием "транспортная задача" объединяется широкий круг задач с единой математической моделью. В общем случае транспортная задача − задача о наиболее экономном плане перевозок однородного продукта или взаимозаменяемых продуктов из пунктов производства в пункты потребления.

Транспортная задача является классической задачей исследования операций, к которой можно свести огромное количество задач распределения ресурсов и не только их. В ходе решения необходимо отыскать такое распределение ресурсов по работам, при котором либо минимальны затраты, связанные с выполнением работ, либо максимален полученный общий доход. Огромное количество возможных вариантов перевозок затрудняет получение достаточно экономного плана эмпирическим или экспертным путем. Применение вычислительных и математических методов в планировании перевозок дает большой экономический эффект. Однако оказывается, что некоторые экономические задачи с большим числом неизвестных можно довольно просто решить как транспортные.

Рассмотрим следующую экономическую ситуацию. Компания производит и реализует сырье для изготовления товара, завод по производству которого находится в другом городе. Компания заключила договоры на поставку сырья на три месяца, в первом a_1, во втором a_2, а в третьем a_3 единиц, при работе в две смены компания может производить до a_0 единиц сырья. Если использовать сверхурочное время, можно увеличить объем производства на b единиц в месяц, в первом месяце начальный запас составил b_0, но даже при использовании сверхурочного времени и складских запасов выполнить договоры не удастся. Поэтому можно арендовать оборудование, за счет которого можно увеличить производство сырья на d_1 в первом, на d_2 во втором , на d_3 единиц в третьем месяце.

Производство одной единицы сырья обходиться в c тысяч рублей, при использовании сверхурочного времени издержки увеличиваются на c_1 тысяч рублей за единицу, на арендном оборудовании это число равно c_2 , издержки хранения одной единицы – c_0, штрафные санкции, в случае несвоевременной поставки сырья, при задержке на 1 месяц равны e тысяч рублей.

Требуется составить план использования собственных и арендуемых мощностей для компании на каждый месяц. Для составления плана перевозок используем модель транспортной задачи. Для решения любой транспортной задачи, как правило используются распределительные таблицы. Такая таблица для нашей задачи имеет вид (табл. 1):

Покажем, как были рассчитаны некоторые тарифы распределительной таблицы. Например, значение $2 \cdot c_0$ коэффициента в первой строке транспортной таблицы (при использовании начального запаса для удовлетворения спроса в 3 месяце), показывает, что издержки хранения 1 единицы сырья в течение двух месяцев составят две тысячи рублей.

Составим математическую модель данной задачи:

c_0

$Z=0 \cdot x_{01}+c_0 x_{02}+\ldots+c x_{11}+\ldots+(c_2+2 \cdot c_0) x_{35}+(c+e) y_{11}+\ldots+(\quad + \quad) y_{35}+(c+2 \cdot e) z_{11}+\ldots+ c_2 z_{35} \to \min$, где x_{0j} - количество запасов сырья в первом месяце, x_{ij} – количество сырья, пе-

y_{ij}

ревозимого из пункта i в j в первом месяце, – количество сырья, перевозимого из i в j во втором месяце, z_{ij} – количество сырья, перевозимого из i в j в третьем месяце.

Система ограничений имеет вид:

$$\sum_{j=1}^{5} x_{ij} = b_0,$$

$$\sum_{j=1}^{5} x_{0j} = a_0,\ i=1$$

$$\sum_{j=1}^{5} y_{ij} = b,\ i=2$$

$$\sum_{j=1}^{5} z_{ij} = d_1,\ i=3$$

Аналогично для,.

Пусть по условию задачи $a_1=60$, $a_2=75$, $a_3=80$, $a_0=55$, $b=10$, $b_0=13$, $d_1=17$, $d_2=17$, $d_3=15$,

c_2

c=65, $c_1=25$, =95, $c_0=1$, $e=3$.

Таблица 1

		1 месяц	2 месяц	3 месяц	мощность
Начальный запас		0		2	b_0
1 месяц	Регулярное время	c	c_0 c+	c+2	a_0
	Сверхурочное время	c_1 c+	c_0 c+ + c_1	c+2+ c_1	b
	Арендное время	c_2	c_2 c_0 +	c_2 +2	d_1
2 месяц	Регулярное время	c+*e*	c	c_0 c+	a_0
	Сверхурочное время	c_1 c+ + *e*	c_1 c+	c_0 c+ + c_1	b
	Арендное время	c_2 +*e*	c_2	c_2 + c_0	d_2
3 месяц	Регулярное время	c+2·*e*	c+*e*	c	a_0
	Сверхурочное время	c_1 c+ + 2·*e*	c_1 c+ +*e*	c_1 c+	b

	Арендное время	$c_2 + 2\cdot e$	$c_2 + e$	c_2	d_3
Спрос		a_1	a_2	a_3	

Решим задачу с указанными данными. Задачу решим с использованием надстройки «Поиск решения» табличного процессора Microsoft Excel.

Решение имеет вид, представленный в табл. 2.

Таблица 2

		1 месяц	2 месяц	3 месяц	резерв мощности
Начальный запас		15			
1 месяц	Регулярное время	35	20		
	Сверхурочное время	10			
	Арендное время				17
2 месяц	Регулярное время		45	10	
	Сверхурочное время		10		
	Арендное время				17
3 месяц	Регулярное время			55	
	Сверхурочное время			10	
	Арендное время			5	10

В соответствии с этим решением из 60 единиц сырья, произведенного на регулярных мощностях в первом месяце, 35 единиц следует использовать при выполнении договоров, заключенных на 1-й месяц, 20 единиц, при выполнении договоров, заключенных на 2-й месяц. В первом месяце со сверхурочным временем следует произвести 10 единиц сырья, при выполнении договоров, заключенных на 1-й месяц. При этом резерв мощности составит 17 единиц, а минимальные совокупные издержки составят 13930 тысяч рублей.

Таким образом, мы экономическую задачу, которая на первый взгляд не является транспортной, свели к обычной транспортной задаче, и проанализировали полученное решение. Причем транспортная таблица представляет решение в наглядной форме.

Список использованных источников

1. Кузнецов, А. В. Высшая математика. Математическое программирование / А. В. Кузнецов, В. А. Сакович, Н. И. Холод. – Мн.: Вышэйшая школа, 1994. – 351 с.

2. Кузнецов, А. В. Руководство к решению задач по математическому программированию: Учеб. пособие / А.В. Кузнецов, Н.И. Холод, Л.С. Костевич; Под общ. ред. А.В. Кузнецова.– 2-е изд., перераб и доп.– Мн.: Выш. шк., 2001. – 448 с.

3. Курицкий, Б.Я. Поиск оптимальных решений средствами Excel 7.0. / Б. Я. Курицкий. – СПб.: BHV – Санкт-Петербург, 1997. – 384 с.