

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ НАЛИЧИЯ МЕРОМОРФНЫХ РЕШЕНИЙ У СИСТЕМЫ ДВУХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩЕЙ ДВИЖЕНИЕ ТРЕХ ТЕЛ

А.Т. Лозовская, магистрантка

*Научный руководитель – И.П. Мартынов, д.ф.-м.н, профессор
Гродненский государственный университет имени Янки Купалы*

Для системы двух дифференциальных уравнений, каждое из которых имеет второй порядок,

$$\begin{aligned}x'' &= 2a \frac{(x'+V)(y'+V)}{x-y} - 2c \frac{(x'+V)(x'+y'-V)}{2x+y}, \\y'' &= -2a \frac{(x'+V)(y'+V)}{x-y} - 2b \frac{(y'+V)(x'+y'-V)}{2y+x}, \\(x'+V)(y'+V)(x'+y'-V)(x-y)^{2a}(x+2y)^{2b}(y+2x)^{2c} &= K,\end{aligned}\tag{1}$$

ставится задача: найти все случаи, когда решения (1) являются мероморфными функциями.

В работе [1] интерес вызван к ситуации, когда коэффициенты a, b, c являются целочисленными либо полуцелочисленными и лежат на отрезке $[-2; 0]$, а именно случаи, когда можно предложить, что все решения (1) обладают свойством Пенлеве, а физические модели движения трех тел, описываемые системой, обладают толь ко полностью периодическими траекториями.

Справедлива

Теорема. Для наличия у (1) свойства Пенлеве необходимо выполнение одного из следующих условий:

1. $a = 0, c = \begin{cases} b, b = -\frac{1}{2}, \\ 2b, b \in \left\{-\frac{1}{2}, -1\right\}, \end{cases}$
2. $a = 0, b = -\frac{1}{2}, c = -\frac{3}{2},$
3. $a = b = -\frac{1}{2}, c \in \left\{-2, -\frac{3}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0\right\},$
4. $a = c = -\frac{1}{2}, b = 0,$
5. $a = -\frac{1}{2}, b = -1, c = 0,$
6. $a = b = c, a, b, c \in \left\{-\frac{1}{2}, -1\right\}.$

В [1] рассмотрены 11 случаев наборов констант, при которых решения системы (1) предполагаются мероморфными функциями. Легко убедиться, что при $a = 0, b = -\frac{3}{2}, c = -\frac{3}{2}$ и $a = 0, b = -1, c = -1$ система (1) не обладает свойством Пенлеве.

Достаточные условия наличия мероморфных решений для некоторых наборов констант приведены в работах [1]-[6]. Остальные случаи находятся в процессе разработки и найдут свое отражение в последующих работах.

Список использованных источников

1. Калоджеро. Ф. Разрешимая задача трех тел и гипотезы Пенлеве// Теоретическая и математическая физика.- 2002, т. 133, №2 с. 149-159.
2. Лозовская А.Т., Мартынов И.П. О системе со свойством Пенлеве двух дифференциальных уравнений второго порядка.//XII Международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения - 2007): тез. докладов Международной научной конференции. Минск, 16-19 мая 2007 г. – Мн.: Институт математики НАН Беларуси, 2007. – с.28-29.
3. Лозовская А.Т. О решениях одного класса нелинейных дифференциальных уравнений третьего порядка, связанного с задачей трех тел.// Международная научная конференция «X Белорусская математическая конференция». Минск, 3-7 ноября 2008 г. – Часть 2. – Мн.: Институт математики НАН Беларуси, 2008. – с.42.
4. Лозовская А.Т. О решениях одного класса нелинейных дифференциальных уравнений третьего порядка, связанного с задачей трех тел.// Наука 2008: сб. науч. с. / ГрГУ им. Я. Купалы – Гродно, 2008. – с. 294-301.
5. Лозовская А.Т. О решениях одного нелинейного дифференциального уравнения третьего порядка, связанного с задачей трех тел.// Первая международная конференция «Математическое моделирование и дифференциальные уравнения»: тез. докладов Первой международной конференции. Минск, 2-5 октября 2007 г. – Минск.: Институт математики НАН Беларуси, 2007. – с.86-87.
6. Лозовская А.Т. О решениях одного класса линейных дифференциальных уравнений.//Актуальные проблемы анализа: тез. докладов Междунар. матем. конф.(Гродно 7-10 апреля 2009 г) / редкол.: Я. В. Радьно, В. Г. Крогов, Ю.М. Ву-вуникян(отв.ред.) - Гродно: ГрГУ, 2009. – с. 139-141.