УДК 539.37

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ПЛОСКОЙ БАЛКИ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ НА НЕЕ

***Е.В. Лозовская**, ассистент*
*Научный руководитель – **К.С. Курочка**, к.т.н., доцент*
Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого

Одним из базовых элементов конструкций является плоская балка. Для исследований деформаций которой под действием внешних сил будем использовать метод конечных элементов [1],[2].

Предполагается:

- толщина балки значительно меньше линейных размеров;

- нагружение осуществляется в плоскости балки (плоскости XOY, ось OY направлена вдоль вертикали).

Таким образом приходим к задаче о плоском напряженном состоянии.

В результате действия на балку внешних нагрузок её точки перемещаются друг относительно друг друга в новые положения. Вектор перемещения в силу принятых гипотез будет иметь вид: $\{g\}^T = [u, v]$, где u, v – проекции вектора перемещений на координатные оси x, y соответственно.

Вектора напряжения и деформации будут состоять из трех компонент: $\{\sigma\}^T = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]$ - для напряжений и $\{\varepsilon\}^T = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]$ - для деформаций. Для малых деформаций формулы Коши можно записать в виде $\{\varepsilon\} = [L][g]$. Воспользовавшись законом Гука получим $\{\sigma\} = [E][\varepsilon] = [E][L][g]$

Согласно вариационному подходу для отдельного конечного элемента (КЭ) используя уравнение в вариациях [1] и принцип Даламбера имеем следующее уравнение:

$$M\ddot{g} + Kg = P + R \qquad (1)$$

где M - матрица масс, K – матрица жесткости, вектор P – вектор приведенных массовых сил, вектор R – вектором приведенных узловых сил.

После решения (1) определяем обобщенные перемещения g, распределения перемещений, деформаций и напряжений.

Балка разбивается на простейшие плоские симплексы – треугольные элементы (такой выбор был обусловлен простотой программирования математической модели при достаточной эффективности алгоритма). Для каждого треугольного КЭ рассчитываются матрицы жесткости и масс, предполагая, что рассматриваемые элементы могут деформироваться только в своей плоскости. Была сформирована глобальная матрица жесткости и получена система линейных алгебраических уравнения (СЛАУ), решение которой дает вектор перемещений узлов. [1]

Для формирования единой системы уравнений балки используется матрица соответствия индексов, которая показывает какому номеру перемещения всей балки соответствует номер перемещения каждого тонкого треугольного элемента в глобальной системе координат.

Решение уравнения (1) производится, с помощью одного из методов прямого интегрирования – метода обобщенного ускорения (метод Ньюмарка). В данном методе уравнение движения решается с помощью пошаговой численной процедуры. На каждом шаге интегрирования, по существу, решается статическая задача.

Проводилось численное моделирование стальной балки длиной 1 м, шириной 5 см и толщиной 1 см. Балка разбивалась на 50 треугольных элемента. Исследовалось поведение балки при двух видах воздействий:

- динамическая вертикальная синусоидальная нагрузка

$$P(t) = 20\cdot\sin(4\cdot t) \text{ êÍ} \qquad (4)$$

- постоянная нагрузка в 20 кН, начинающая действовать в начальный момент времени.

В обоих случаях нагрузка прилагалась в середине балки (левый конец балки был защемлен). Проведенные расчеты показали, что после достаточно непродолжительного переходного процесса контролируемые механические напряжения сходились к результатам, изложенным в [3] с погрешностью не превышающей 2 %.

Полученные результаты приведены на рисунке.

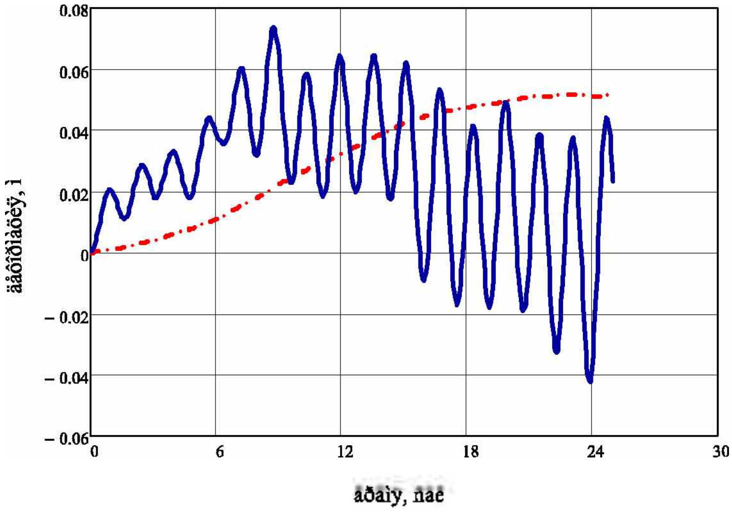

Рисунок – распределение деформации по вертикали для места приложения внешней силы для первого (сплошная линия) и второго (штрих пунктирная линия) видов нагрузки.

Размах колебаний достигает достаточно больших величин (порядка 7 см для первого вида нагрузки), что может привести к разрушению балки. Для второго вида нагрузки величина деформации достигает в 5 см, что примерно соответствует установившемуся режиму в случае первой нагрузки.

Список использованных источников

1. Зенкевич О.С. Метод конечных элементов в технике – М.: МИР, 1975 – 542 с.

2. Голованов А.И. Корнишин М.С. Введение в метод конечных элементов статики тонких оболочек – Казань, 1989 – 271 с.

3. Овчаренко В.А. Расчет задач машиностроения методом конечных элементов. - учебное пособие, К.: ДГМА, 2004 – 126 с.