

**ЦЕЛЕВОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ И МЕТОД ПРИОРИТЕТОВ. ЗАДАЧА
ОБ ОХВАТЕ РЕКЛАМНОЙ АУДИТОРИИ***Н.Э. Попова, 3 курс**Научный руководитель – Т.И. Шило, к.ф.-м.н., доцент**Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина*

Модели линейного программирования, в которых присутствует несколько целевых функций — компетенция методов целевого программирования, позволяющих найти так называемое эффективное решение задачи, поскольку оптимального решения как такового, доставляющего оптимум всем частным целевым функциям исходной модели, может в принципе не существовать.

Рассмотрим задачу. Новое рекламное агентство, в составе которого 15 рекламных агентов, получило контракт на рекламу нового продукта. Агентство может провести рекламную акцию на радио (радиостанции Unistar, Радиус FM, Радио Брест) и на телевидении (ОНТ, ПНТ, РТР-Беларусь, НТВ-Беларусь). Данные о количестве людей, охватываемых тем или иным видом рекламы, о стоимости этой рекламы в прайм-тайм и количестве необходимых рекламных агентов приведены в следующей таблице.

	ОНТ	ПНТ	РТР- Беларусь	НТВ- Беларусь	Радио Unistar	Радио Радиус FM	Радио Брест
Рекламная аудитория (тыс. чел.)	2000	1000	600	500	200	100	30
Стоимость (долл. США)	8000	2000	3000	1500	200	70	30
Количество рекламных агентов	2	2	2	2	1	1	1

Все эти данные отнесены к одной минуте рекламного времени.

Реклама на радио и телевидении должна охватить не менее 6000 тыс. чел., но контракт запрещает использовать более 8 минут рекламы на радио. Рекламное агентство может выделить на этот проект бюджет, не превышающий 50000 долларов. Сколько минут рекламного времени агентство должно купить на радио и сколько на телевидении? Каким каналам и радиостанциям следует отдать предпочтение?

Составим математическую модель задачи. Обозначим через x_1 — количество минут рекламного времени, закупленного на канале ОНТ в прайм-тайм x_2 — на канале ПНТ x_3 — на канале РТР-Беларусь

x_4 — на канале НТВ-Беларусь x_5 — количество минут рекламного времени, закупленного в радиозфире на Unistar x_6 — на Радиус FM x_7 — на Радио Брест

Пожелания заказчика и возможности рекламного агентства можно выразить следующим образом:

$$2000x_1 + 1000x_2 + 600x_3 + 500x_4 + 200x_5 + 100x_6 + 30x_7 \geq 6000$$

$$8000x_1 + 2000x_2 + 3000x_3 + 1500x_4 + 200x_5 + 70x_6 + 30x_7 \leq 50000$$

Путем введения отклоняющихся переменных s_1^+ , s_1^- , s_2^+ , s_2^- преобразуем данные неравенства в равенства

$$2000x_1 + 1000x_2 + 600x_3 + 500x_4 + 200x_5 + 100x_6 + 30x_7 + s_1^+ - s_1^- = 6000,$$

$$8000x_1 + 2000x_2 + 3000x_3 + 1500x_4 + 200x_5 + 70x_6 + 30x_7 + s_2^+ - s_2^- = 50000.$$

Неотрицательные переменные s_1^+ , s_1^- , s_2^+ , s_2^- показывают отклонение значений левых частей ограничений от соответствующих величин правых частей этих же ограничений. Таким образом, для данной задачи целевого программирования можно задать следующие частные целевые функции: минимизировать $G_1 = s_1^+$ и минимизировать $G_2 = s_2^-$ при выполнении ограничений

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \leq 15,$$

$$x_5 + x_6 + x_7 \leq 8,$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, s_1^+, s_1^-, s_2^+, s_2^- \geq 0.$$

Решим задачу методом приоритетов.

Этап 1: Предположим, что больший приоритет имеет частная целевая функция, соответствующая условию, налагаемому на объем рекламной аудитории: $G_1 > G_2$.

Этап 2: Решаем первую задачу линейного программирования:

$$G_1 = s_1^+ \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2000x_1 + 1000x_2 + 600x_3 + 500x_4 + 200x_5 + 100x_6 + 30x_7 + s_1^+ - s_1^- = 6000, \\ 8000x_1 + 2000x_2 + 3000x_3 + 1500x_4 + 200x_5 + 70x_6 + 30x_7 + s_2^+ - s_2^- = 50000, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \leq 15, \\ x_5 + x_6 + x_7 \leq 8, \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, s_1^+, s_1^-, s_2^+, s_2^- \geq 0. \end{cases}$$

Оптимальное решение этой задачи, найденное с помощью пакета «Поиск решения» в MS Excel составляет:

$$x_1 = 4, \quad x_2 = 0, \quad x_3 = 3, \quad x_4 = 0, \quad x_5 = 1, \quad x_6 = 0, \quad x_7 = 0, \quad s_1^+ = 0, \quad s_1^- = 4000, \quad s_2^+ = 8800, \quad s_2^- = 0.$$

Решение задачи показывает, что закупка 4 минут рекламы на телеканале ОНТ, 3 минут на телеканале РТР-Беларусь и 1 минуты на радиостанции Unistar позволит охватить аудиторию в 10000 тыс. человек (значение переменной $s_1^- = 4000$ указывает на то, что реальный объем рекламной аудитории будет выше желаемого на 4000 тыс. человек).

Этап 3: Решаем вторую задачу линейного программирования:

$$G_2 = s_2^- \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2000x_1 + 1000x_2 + 600x_3 + 500x_4 + 200x_5 + 100x_6 + 30x_7 + s_1^+ - s_1^- = 6000, \\ 8000x_1 + 2000x_2 + 3000x_3 + 1500x_4 + 200x_5 + 70x_6 + 30x_7 + s_2^+ - s_2^- = 50000, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \leq 15, \\ x_5 + x_6 + x_7 \leq 8, \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, s_1^+, s_1^-, s_2^+, s_2^- \geq 0. \end{cases}$$

Дополнительное ограничение $s_1^+ = 0$ гарантирует, что решение задачи с целевой функцией, имеющей более низкий приоритет, не может ухудшить полученное решение задачи с целевой функцией более высокого приоритета.

Но в данном случае в решении второй задачи нет необходимости, поскольку уже в решении первой имеем $s_2^- = 0$, т.е. ограничение, касающееся бюджета рекламной компании, выполняется, более того, рекламному агентству удастся сэкономить 8800 долларов.