УДК 62-506.29:519.21

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГРАНИЧНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ СИСТЕМЫ

***Ж.М. Саид**, аспирант*
*Научный руководитель – **А.А. Лобатый**, д.т.н., профессор*
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

При аналитическом моделировании граничных режимов работы системы управления, целесообразно использовать теорию динамических систем случайной структуры [1], в основе которой лежит изучение разрывных марковских процессов с поглощением и восстановлением реализаций. Рассмотрим распространённый класс задач анализа систем случайной структуры – задачи анализа стохастических динамических систем с учётом срыва управления, когда при достижении фазовыми координатами (параметрами) системы определённых границ она переходит в принципиально иное состояние, например неисправное или неработоспособное.

Достаточно общая математическая модель стохастической динамической системы может быть представлена векторно-матричным уравнением в форме Ланжевена вида

$$\dot{X}(t) = D(X,t) + F(X,t)\xi(t), \qquad X(t_0) = X_0, \tag{1}$$

где X_0 - случайный вектор начального состояния, $X(t)$ - n-мерный вектор фазовых координат системы, $D(X,t)$, $F(X,t)$ - в общем случае произвольные нелинейная векторная и матричная функции, $\xi(t)$ - вектор белого шума с нулевым математическим ожиданием и матрицей интенсивности $G(t)$.

Пусть $X(t)$ может находиться в различных состояниях (структурах). При этом l-я структура характеризует основное (рабочее) состояние системы. Выход процесса $X(t)$ за границы некоторой известной области Ω, ограниченной гиперповерхностью $\Gamma_{lr}\left(X,t\right)$, означает переход системы в одну из r-х ($r=\overline{1,s}$) структур (состояний). Порядок смены структур (чередование индексов l, r, k, …) случаен, представляет собой дискретный процесс $L(t)$ и подчинён определённым статистическим закономерностям. Нахождение процесса в l-й структуре обозначим $X(l,t)$. Наиболее полной характеристикой процесса l-й структуры $X(l,t)$ является плотность распределения вероятности (ПРВ) $f(X,l,t)$, которая при отсутствии восстановления реализаций процесса $X(l,t)$ удовлетворяет обобщённому уравнению Фоккера-Планка-Колмогорова [2].

Основная проблема при аналитическом исследовании систем случайной структуры заключается в определении функций поглощения $\vartheta(X,l,t)$. В зависимости от условий поглощения реализаций процесса $X(t)$ различают процессы с сосредоточенными и распределёнными переходами системы из одного состояния в другое.

При решении задач анализа и особенно – синтеза удобно рассматривать функцию поглощения $\vartheta(X,t)$ в виде

$$\vartheta(X,l,t)=\nu_l(X,t)f(X,l,t)=\sum_{r=1}^{s}\nu_{lr}(X,t)f(X,l,t). \qquad (2)$$

$\nu_l(X,t)$ - интенсивность поглощения реализаций l-й структуры. Функции $\nu_{lr}(X,t)$ в выражении (2) называются интенсивностями смены структур (переходов из области l в r-ые области).

Воспользуемся для определения $\nu_{lr}(t)$ эргодическим свойством случайного процесса $X(t)$, считая, что математическое ожидание (корреляционную функцию) случайного процесса можно определить по достаточно длинной реализации $X(t)$.

Рассмотрим реализацию компоненты $x(t)$ процесса $X(t)$. Пусть переход $X(t)$ из состояния l в состояние (структуру) r проявляется в превышении реализацией $x(t)$ некоторого допустимого уровня Δ. Это превышение называется выбросом случайного процесса $x(t)$ [3].

Определим среднее число положительных выбросов $x(t)$ за уровень Δ на интервале [0,t]. разделив среднее число выбросов на интервале [0,t] на длину интервала и подставляя выражение для плотности вероятности $f(x,\dot{x})$, в котором заменён параметр x на Δ, получим выражение для определения интенсивности числа выбросов [4]

$$\nu_\Delta(T)=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D_{\dot{x}}}{D_x}}\exp\left(-\frac{\Delta^2}{2D_x}\right). \qquad (3)$$

таким образом, задача вычисления интенсивности $\nu_\Delta(T)$ сводится к определению установившейся дисперсии компоненты $x(t)$ и дисперсии её производной.

При достаточно большом значении Δ ($\Delta \ge 3\sigma_x$, $\sigma_x=\sqrt{D_x}$) выбросы стационарного процесса $x(t)$ становятся редкими явлениями, а интервалы между выбросами будут настолько велики по сравнению с длительностью выбросов, что сечения случайного процесса, разделённые такими интервалами будут практически независимыми. при таких предположениях закон распределения числа выбросов будет близок к пуассоновскому закону, для которого

$$P_m=P\{N_\Delta(t)=m\}=\frac{(\nu_\Delta t)^m}{m}\exp(-\nu_\Delta t), \qquad (4)$$

где P_m - вероятность того, что число положительных выбросов за уровень Δ случайного процесса $x(t)$ на интервале [0,t] $\subset$ t равно числу m.

Выражения (1)-(4) позволяют оценить вероятность бессрывной работы системы управления на основе известных статистических характеристиках случайных процессов, описывающих её работу.

Предложенная аналитическая математическая модель вероятностного анализа стохастической системы позволяет на основе экспериментально или аналитически определённых статистических характеристиках исследуемого процесса и заданных эксплуатационных параметрах элементов системы (границ работоспособности), подверженных случайным воздействиям, определить диапазон работоспособности и вероятностные характеристики безотказной работы системы.

Список использованных источников

1. Казаков И.Е., Артемьев В.М., Бухалёв В.А.. Анализ систем случайной структуры. – М.: Физматлит, 1993, 272 с.
2. Пугачев В.С., Синицин И.Н. Теория стохастических систем – М.: Логос, 2004, 1000 с.
3. Тихонов В.И. Выбросы случайных процессов – М.: Наука, 1970. – 186 с.
4. Лобатый А.А., Саид Ж.М. Аналитическое моделирование граничных режимов работы стохастической системы // Доклады БГУИР, 2009 № 4 (42), с. 17-23.