Л.П. Минченкова, Г.Г. Соклакова
Белорусский государственный экономический университет
г. Минск, Республика Беларусь

ДИВЕРСИФИКАЦИЯ КАК ПЕРВЫЙ ЭТАП В ИССЛЕДОВАНИИ ПОРТФЕЛЯ ИНВЕСТИЦИЙ

В экономической практике, особенно финансовой, под риском понимают некоторую возможную потерю, вызванную наступлением случайных неблагоприятных событий. Отметим также, что в некоторых областях деятельности риск понимается как вероятность наступления некоторого неблагоприятного события. Чем выше эта вероятность, тем больше риск. Такое понимание риска оправдано в тех случаях, когда событие может наступить или не наступить (банкротство, крушение и т.д.)

Одним из путей ослабления влияния риска является управление риском

Рассмотрим один из приемов сокращения риска, применяемый в инвестиционных решениях, – диверсификацию, под которой понимается распределение общей инвестиционной суммы между несколькими объектами.

Диверсификация – общепринятое средство сокращения любого вида риска. Отметим при этом, что общий размер риска уменьшается с увеличением числа элементов портфеля ценных бумаг. Однако, только в случае, когда риск может быть измерен и представлен в виде статистического показателя, управление риском получает надежное основание, а последствия диверсификации поддаются анализу с привлечением методов математической статистики.

В инвестиционном анализе и страховом деле риск часто измеряется с помощью дисперсии и среднего квадратического отклонения. Обе характеристики измеряют колебания дохода. Чем они больше, тем выше рассеяние показателей дохода вокруг средней и, следовательно, степень риска.

Определим, что дает диверсификация для уменьшения риска и выявим условия, когда эта цель достигается.

В качестве объекта анализа примем некоторый абстрактный портфель ценных бумаг (далее для краткости портфель). Диверсификация портфеля при правильном ее применении приводит к уменьшению дисперсии дохода во времени при всех прочих равных условиях. Диверсификация базируется на простой гипотезе – изменяя состав портфеля, можно менять суммарную дисперсию дохода, а в некоторых случаях свести ее к минимуму.

Итак, пусть имеется портфель из n видов ценных бумаг. Доход от одной бумаги вида i составляет величину d_i Суммарный доход (A) равен

$$A = \sum_i a_i d_i , \qquad (1)$$

где a_i – количество бумаг вида i.

Если d_i есть средний доход от бумаги вида i, то величина A характеризует средний доход от портфеля бумаг в целом.

Вначале предположим, что показатели доходов различных видов являются статистически независимыми величинами (т.е. не коррелируют между собой). Дисперсия дохода портфеля D в этом случае равна

$$D = \sum_{i=1}^{n} a_i^2 D_i . \qquad (2)$$

Для упрощения перейдем от абсолютного измерения количества ценных бумаг к относительному.

Пусть a_i характеризует долю в портфеле бумаги вида i, т.е. $0 \le a_i \le 1$, $\sum a_i = 1$. Тогда дисперсия суммарного дохода будет равна

$$D = \sum_{i=1}^{n} a_i^2 D_i + 2\sum_{i \neq j} a_i a_j r_{ij} \cdot \sigma_i \sigma_j \qquad (3)$$

где D_i дисперсия дохода от бумаги вида i, r_{ij} – коэффициент корреляции дохода от бумаг вида i и j, σ_i и σ_j – среднее квадратическое отклонение доход бумаг вида i и j.

Коэффициент корреляции двух случайных переменных x и y определяется по известной формуле

$$r_{xy} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n\sigma_x \sigma_y}, \qquad (4)$$

где $\bar{x}, \bar{y}$ – средние доходы двух видов бумаг.

Так как $|x_{xy}| \le 1$ то при положительной корреляции дисперсия суммарного дохода увеличивается, при отрицательной – она уменьшается.

Далее рассмотрим влияние масштаба диверсификации (т.е. количества видов ценных бумаг) на размер риска. Итак, пусть портфель состоит из бумаг различного вида, но все они имеют одинаковую дисперсию дохода (σ_0^2) Удельные веса в портфеле каждого вида бумаг также одинаковы, а общая сумма вложений равна 1. Предположим, что показатели доходности у отдельных видов бумаг статистически независимы. Тогда оценка величины среднего квадратического отклонения дохода портфеля будет равна

$$D = \frac{1}{n}\sigma_0^2$$

где n – количество видов ценных бумаг.

Тогда дисперсия дохода для портфеля, состоящего из двух и трех видов бумаг будет равна

$$D = \frac{1}{2}\sigma_0^2 \qquad\qquad D = \frac{1}{3}\sigma_0^2$$

средние квадратические отклонения соответственно составляют

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sigma_0 = 0,71\sigma_0 \qquad\qquad \sigma = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_0 = 0,58\sigma_0$$

т.е. с увеличением числа составляющих портфеля риск уменьшается даже при одинаковой дисперсии составляющих элементов. Однако наибольшее влияние увеличение масштабов диверсификации оказывает при малых значениях *n*. Так, переход от одного вида бумаг к четырем сокращает квадратическое отклонение на 50%, а от одного к восьми – на 65%.

Полученные выше выводы справедливы и для более общих случаев, однако, зависимость этих параметров от степени диверсификации проявляется здесь не столь четко.

Далее рассмотрим, как изменяются доход и величина риска при изменении структуры портфеля. Рассмотрим формулы (2) и (3) и запишем их только для двух видов бумаг (x и y).

Для независимых доходов получим

$$D = a_x^2 D_x + a_y^2 D_y \tag{5}$$

и для зависимых доходов

$$D = a_x^2 \sigma_x^2 + a_y^2 \sigma_y^2 + 2a_x a_y z_{xy} \sigma_x \sigma_y \tag{6}$$

причем $a_y = 1 - a_x$

В этом случае среднее значение суммарного дохода будет равно

$$A = a_x d_x + (1 - a_x) d_y \tag{7}$$

Пусть $d_y > d_x$ и $\sigma_y > \sigma_x$. Тогда на основании формулы (7) получим

$$A = d_y + (d_y - d_x) a_y \tag{8}$$

Дисперсия дохода портфеля зависит от знака и степени корреляции.

Если $r_{xy} = 1$, то происходит увеличение как дохода, так и дисперсии. Для частного случая, когда $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ «смешение» инвестиций не оказывает влияния на величину дисперсии (рис. 1).

При $r_{xy} = -1$ динамика квадратического отклонения доходов от портфеля более сложная (рис.2). По мере движения от точки X к точке Y эта величина сначала сокращается и доходит до нуля в точке B, затем растет. При этом при движении от X до B рост дохода сопровождается уменьшением риска (квадратического отклонения).

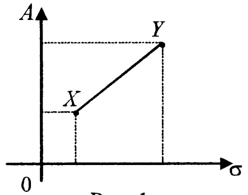

Рис. 1

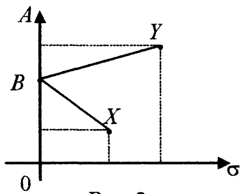

Рис. 2

При $r_{xy} = 0$ квадратическое отклонение при увеличении доли бумаги Y проходит точку минимума, равного σ_m далее оно растает до σ_y (рис. 3).

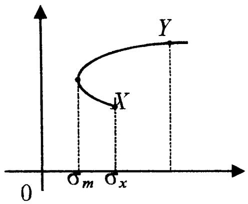

Рис. 3

Таким образом, эффективность диверсификации (в отношении сокращения риска) наблюдается только при отрицательной или, в крайнем случае, нулевой корреляции.

Рассмотрим пример.

Портфель состоит из двух видов бумаг, параметры которых: $d_x = 2$; $\sigma_x = 0{,}8$; $d_y = 3$; $\sigma_y = 1{,}1$

Доход от портфеля: $A = 2a_x + 3a_y$. Таким образом, доход в зависимости от величины долей находится в пределах $2 \leq A \leq 3$.

Дисперсия суммы дохода составит

$$D = a_x^2 \bullet 0{,}8^2 + a_y^2 \bullet 1{,}1^2 + a_x a_y z_{xy} \bullet 0{,}8 \bullet 1{,}1$$

Определим доход и дисперсию для портфеля с долями, равными 0,3 и 0,7. По формулам (6) и (7): $D = 0{,}651 + 0{,}37z_{xy}$ и $A = 2{,}7$. Таким образом, при $r_{xy} = 1$ $D = 1{,}021$; при $r_{xy} = -1$ $D = 0{,}281$ В итоге с вероятностью 95% можно утверждать, что суммарный доход находится в первом случае в пределах $2{,}7 \pm 2\sqrt{1{,}021} = 2{,}7 \pm 2{,}02$ во втором – он определяется пределами $2{,}7 \pm 2\sqrt{0{,}281} = 2{,}7 \pm 1{,}02$ При $r_{xy} = 0$ искомые пределы составят $2{,}7 \pm 2\sqrt{0{,}651} = 2{,}7 \pm 1{,}64$

В заключение продолжим анализ с двумя бумагами и проследим, как влияет включение в портфель безрисковой инвестиции. Для этого заменим в портфеле бумагу Y с параметрами $d_y \sigma_y$ на бумагу с такой же доходностью, но с нулевой дисперсией. Доходность портфеля от такой замены не изменится, а дисперсия составит

$$D = a_x^2 \sigma_x^2$$

Дисперсия дохода портфеля теперь зависит от удельного веса безрисковой составляющей, так как

$$\sigma = a_x \sigma_x = (1 - a_y)\, \sigma_x \qquad (9)$$

Таким образом, «разбавление» портфеля безрисковой бумагой снижает риск портфеля в целом, а квадратическое отклонение дохода портфеля определяется линейной функцией доли безрисковой бумаги. Если $d_x > d_y$ то доход от портфеля по мере увеличения доли безрисковой бумаги уменьшается от d_x до d_y а величина квадратического отклонения уменьшается от σ_x до 0 (рис. 6). И наоборот, рост доли рисковой бумаги увеличивает как риск, так и доход.

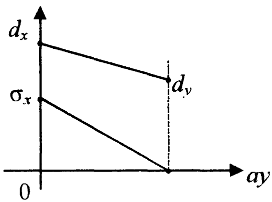

Рис. 6

Последнее утверждение для портфеля, состоящего из двух видов бумаг, иллюстрируется уравнением (10), которое получено преобразованием (7):

$$A = d_y + (d_x - d_y)\, a_x \qquad (10)$$

В свою очередь на основе (9) находим

$$a_x = \sigma / \sigma_x$$

В итоге

$$A = d_y + (d_x - d_y)\, \sigma / \sigma_x \qquad (11)$$

Дробь в (11) называют рыночной ценой риска. Если эта величина равна, например, 0,5, то при росте квадратического отклонения на 1% доход увеличится на 0,5%.