

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛИ CAPM В ПРОЦЕССЕ УПРАВЛЕНИЯ ПОРТФЕЛЕМ ФИНАНСОВЫХ АКТИВОВ**

На рынке ценных бумаг присутствует множество инвесторов, которые стараются поступать рационально. Именно поэтому на рынке капиталов присутствует взаимное влияние инвесторов друг на друга. Попыткой ответа на вопрос: “Каков коэффициент действия всех инвесторов на рынке ценных бумаг”, – была конструкция модели функционирования рынка ценных бумаг. Эта модель была создана независимо друг от друга W. Sharpe’am, J. Lintnera’m I J. Mossine’m в середине шестидесятых XX века. Считалась моделью равновесия рынка капиталов(ценных бумаг), также названной моделью CAPM (Capital Asset Pricing Model).

CAPM принадлежит к одним из самых важных достижений теории в области финансов. Показывает значение взаимной зависимости между доходностью инвестиций и риском, дополнительно добавляет возможности получения прибыли без каких-либо рисков, а также легче в применении на практике, чем модель Markowitza. CAPM выросла на базе модели Markowiza, перенося идею оптимальных, верифицированных портфелей на весь рынок а также оценку конкретных величин. Обозначает то, что такой подход может быть использован как в макро контексте, где CAPM обозначает взаимоотношение между рентабельностью и риском целого портфеля, так и в контексте микро, по отношению определённым ценным бумагам.

Характерными параметрами каждого портфеля на рынке капиталов являются: риск и ожидаемая доходность инвестиций. Для измерения риска в модели CAPM используется коэффициент бета, что обозначает, что модель CAPM рассматривает только систематический риск акций или портфеля акций. Этот параметр со временем стал основной характеристикой риска акций и на данный момент широко используется на биржах ценных бумаг.

В основе модели CAPM лежат такие условия как:

- а. отсутствие затрат на транзакцию,
- б. идеальная раздельность финансовых инструментов,
- в. отсутствие налогов от индивидуальных доходов,
- г. транзакции определенного инвестора не могут влиять на цену финансового инструмента,
- д. при принятии решений инвесторы рассматривают только ожидаемую доходность инвестиций и риск финансовых инструментов,
- е. выступает короткая продажа акций,

ж. существует неограниченная возможность выдачи и получения кредита при доходности свободной от риска,

з. все инвесторы принимают решение в один период времени,

и. все инвесторы имеют такие же ожидания по отношению к характеристикам финансовых инструментов (доходностью инвестиций, риска, коэффициента взаимной зависимости), называется это однородностью ожиданий инвесторов.

к. все инструменты могут быть куплены либо проданы на рынке без каких-либо преград.

Основой CAPM являются 2 функции:

- Линия рынка капиталов (Capital Market Line – CML), которая представляет зависимость между риском и доходностью с портфеля,

- Линия рынка ценных бумаг или линия безопасности рынка (Security Market Line – SML), показывает зависимость между параметрами бета и доходностью инвестиций.

Основное различие между этими двумя линиями – это то, что CML относится только к эффективным портфелям, а SML рассматривает все портфели, а также те, которые складываются с единичных ценных бумаг. На линии CML лежат эффективные портфели, в том числе рыночный и складывающийся с инструментами свободных от риска портфели. Ниже CML лежат неэффективные портфели.

Линия рынка капиталов выражается формулой:

$$R = R_f + \frac{R_m - R_f}{\sigma_m} \cdot \sigma_p$$

где:

$R$  – ожидаемая доходность инвестиций эффективного портфеля,

$R_f$  – доходность свободная от риска,

$R_m$  – ожидаемая доходность рыночного портфеля,

$\sigma_m$  – стандартная погрешность рыночного портфеля,

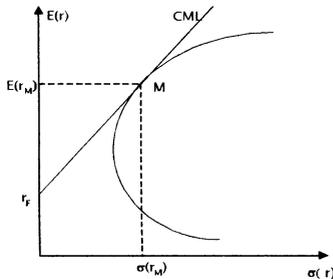
$\sigma_p$  – стандартная погрешность эффективного портфеля.

**Основная форма модели CAPM.** С целью сконструирования модели необходимо принять условие, что существует финансовый инструмент свободный от риска. Все инвесторы могут его покупать без каких-либо ограничений и быстро продавать. Этот инструмент гарантирует доход равный  $r_f$ , т.е. процент равняется доходности свободной от риска. Множество инвестиционных возможностей, которые обусловлены вышеприведенными условиями имеют следующий вид:

Непрерывная линия представляет множество вариантов с минимальным риском для рассматриваемой популяции ценных бумаг. Согласно условию все инвесторы могут создать такое же множество вариантов минимального риска и поэтому могут инвестировать, при том же множестве минимального риска. Они

должны иметь такой же рыночный портфель, так как существует инвестиция лишенная риска.

Рисунок 1.



Это будет эффективный портфель, максимизирующий выражение:

$$\frac{E(r_p) - r_F}{\sigma(r_p)}$$

где:

$E(r_p)$  – ожидаемая доходность инвестиций с портфеля P,

$\sigma(r_p)$  – стандартная погрешность портфеля P,

$r_F$  – доходность с облигаций лишенных риска.

Портфель M максимизирует вышепредставленное выражение, поэтому является эффективным. Возникает он вследствие определения касательной (начинающейся в пункте  $(r_F, 0)$ ) к множеству минимального риска. Пункт касания обозначает наилучший портфель складывающийся с инструментов обремененных риском. Эффективное множество в такой ситуации будет прерывистой линия начинающаяся в пункте  $r_F$  и проходящая через M. На отрезке  $r_F$  M инвестор за часть средств покупает портфель M, а за оставшиеся – облигации свободные от риска. Все инвесторы, которые хотят оказаться с правой стороны от пункта M, должны быстро(коротко) продать облигации, а полученные с этой операции деньги reinvestировать в портфель M. Инвесторы любящие риск будут выбирать инвестиции справа от портфеля M, в то время как инвесторы боящиеся риска займут позицию между  $r_F$  и M. В случае равновесия на рынке спрос и предложение на облигации свободные от риска должны равняться, поэтому  $r_F$  и формы линий Markowitz должны все время друг к другу стремиться, чтобы инвесторы склонные к риску как и боящиеся его равномерно размещались около пункта M.

Прерывистая линия начинающаяся в пункте  $r_F$  и проходящая через портфель M называется линией рынка капиталов (capital market line, CML). Все инвесторы в модели CAPM занимают позицию на этой прямой инвестируя в портфель M,

поэтому имеют такой же портфель. Все инвесторы в модели занимают позицию на этой прямой инвестируя в портфель М, поэтому имеют такой же портфель. Вес определенных инструментов в портфеле М такой же как и во всех остальных портфелях инвесторов. Линия рынка капиталов имеет следующий вид:

$$E(r_p) = r_f + \frac{[E(r_M) - r_f]}{\sigma(r_M)} \sigma$$

где:

$\sigma(r_M)$  – стандартная погрешность рыночного портфеля.

В свою очередь линию рынка ценных бумаг SML можно выразить с помощью следующей формулы:

$$R = R_f + \beta(R_M - R_f)$$

**Сушность и анализ параметра бета.** В вышеприведенном выражении ожидаемая доходность – это сумма двух премий: премии за время, выраженной  $R_f$  и премии за риск, которая наравне с доходностью сильно зависит от бета, которое является эквивалентом систематического риска. Параметр бета в расчете ex ante представлен выражением:

$$\beta = \frac{\text{cov}(r_i, r_m)}{\sigma_m^2} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i (R_{it} - \bar{R}_i) \cdot (R_{im} - \bar{R}_m)}{\sum_{i=1}^n p_i (R_{im} - \bar{R}_m)^2}$$

где:

$\beta$  – коэффициент бета акций  $t$ , систематический риск акций,

$p_i$  – вероятность  $i$ -той реализации доходности

$R_{it}$  –  $i$ -тая реализации доходности  $t$ - тей акций,

$R_{im}$  –  $i$ -тая реализации доходности с рынка.

В расчете ex post вероятность  $p_i$  в формуле на параметр  $\beta$  заменяется на выражение  $1/n-1$  (с пробы) или  $1/n$  (с популяции).

Коэффициент бета измеряет недиверсифицированный риск акций и показывает на сколько процентов вырастет доходность акций, если доходность рыночного индекса вырастет на 1%. В представленном выражении можно заметить, что ожидаемая доходность портфеля на рынке находящемся в состоянии равновесия равна сумме доходности свободной от риска(цена времени) и цены риска. Цена риска – это произведение систематического риска портфеля, которое измеряется с помощью  $\beta$  и премии за риск, которая выражается с помощью разницы между доходностью рыночного портфеля и доходностью свободной от риска.

Можно выделить несколько сортов портфелей в зависимости от того как репрезентируется коэффициент бета:

1. когда  $\beta=1$  (рыночный портфель), тогда  $R = R_M$  (т.е. рыночный портфель лежит на SML),

2. когда  $\beta=0$  (инструменты свободные от риска), тогда  $R = R_f$  (т.е. портфель складывающийся с инструментов свободных от риска лежит на SML)

3. когда  $\beta > 1$  (агрессивный портфель), тогда  $R > R_M$
4. когда  $0 < \beta < 1$  (дефенсивный портфель), в это время  $R_f < R < R_M$
5. когда  $\beta < 0$ , тогда  $R < R_f$

Акция агрессивна (для инвесторов склонных к риску), когда бета больше от единицы и депрессивна (для инвесторов, боящихся риска), когда бета меньше единицы. В случае расчета коэффициента бета для портфеля, рассчитывается его следующим путем:

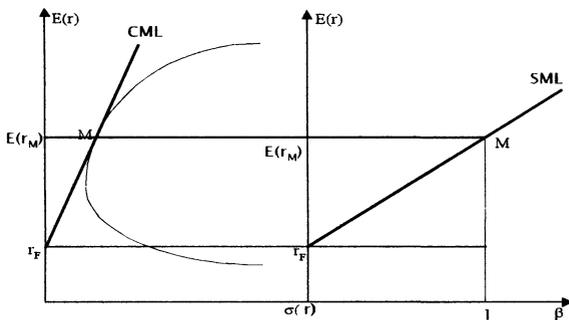
$$\beta_P = \sum_{j=1}^M x_j \beta_j$$

где:  $x_j$  – соотношение по капиталу  $j$ -той акции в портфеле

С вышеприведенного выражения следует, что коэффициент бета портфеля равняется среднему взвешенному арифметическому коэффициентов бета акций входящих в состав портфеля, а вещественными весами являются соотношения капиталов единичных составляющих портфеля в его общей капитализации.

Совместная интерпретация линий и показывает нижепредставленный рисунок:

Рисунок 2.



В реальности осуществление всех условий модели не возможно, но каждая модель, как и CAPM, принимает некоторые упрощения, которые позволяют проследить некоторые закономерности. Существуют так же другие версии CAPM, в которых изменены некоторые условия, например невозможность продажи, наличие налога, затраты операции и другие.

CML пересекает вертикальную ось  $O$  в пункте  $(0, r_f)$ . Линия рынка капиталов графически показывает зависимость между ожидаемой доходностью акций и их коэффициентами бета. В пространстве доход  $(E(r))$  и риск  $(\beta)$  можно обозначить зависимость между ожидаемыми доходами единичных акций и их риском. Иллюстрирует это линия риска ценных бумаг (security market line, SML). На SML находятся в состоянии равновесия все портфели и акции, в то же время

на CML находятся только эффективные портфели. С целью нахождения выражения линии рынка ценных бумаг надо рассчитать свободный параметр и коэффициент направления. Свободный параметр равен доходности свободной от риска  $r_F$ . Коэффициент направления – это произведение одной прямой  $(E(r_M)-r_F)$  и другой прямой  $(\beta_M)$ , которая равняется единице. Следовательно коэффициент направления равен  $E(r_M)-r_F$ .

Ожидаемая доходность с акций  $j$  складывается с доходности без риска, которая должна компенсировать отказ от потребления в данном промежутке времени на пользу потребления в будущем, а так же «премии за риск», которая награждает принятие риска связанного с акцией  $j$ . «Премия за риск» складывается с: премии на риск связанной с рыночным портфелем  $E(r_M)-r_F$ , т.е. надбавка ожидаемой доходности с рынка более чем на доходность свободную от риска, а также  $\beta$ , которое корректирует премию за риск на «средний» инструмент в сравнение с риском акций  $j$ .

Инвестирование в акции имеет отрицательно направленную взаимосвязь с рынком. Его целью является редукция риска портфеля. В модели CAPM важны зависимости между доходностями с конкретный единичных инструментов. При условии равновесия на рынке спрос и предложение взаимно ликвидируются, а цена равновесия не меняет значения. Неожиданная информация может нарушить равновесие курса акций и спровоцировать его падение или рост. Зная, ожидаемую величины прибыли и риск акций рынок определяет текущую рыночную цену и благодаря этому ожидаемую доходность.