

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ БАНКОВСКИХ ВКЛАДОВ ФИЗИЧЕСКИХ ЛИЦ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ СРЕДНЕМЕСЯЧНОЙ ЗАРАБОТНОЙ ПЛАТЫ

Э.В. Мусафи́ров, Г.Я. Мусафи́рова

Полесский государственный университет, musafirov@bk.ru

Моделирование и прогнозирование многих процессов, в том числе и экономических показателей в ситуации “черного ящика” можно осуществлять методом реконструкции (восстановления) системы дифференциальных уравнений по данным временным рядам. Такой подход позволяет прогнозировать не только поведение изучаемых показателей, но и влияние различных возмущений реальной системы (см. [1]). Приведем пример такой реконструкции, реализованной в системе Mathematica v.5.0:

Среднемесячная заработная плата по региону, тыс. руб. (x):

```
zpt1={188,225,305,348,380,425};
```

Определим прирост каждого периода по отношению к начальному (базисному значению):

```
zpt=zpt1-zpt1[[1]]
```

Количество временных периодов:

```
n=Length[zpt1]
```

Зададим номера периодов, начиная с 0:

```
time=Table[i,{i,0,n-1}];gzpt=ListPlot[Transpose[{time,zpt}],PlotStyle->Hue[.7]];
```

Сделаем полиномиальную аппроксимацию зарплаты:

```
<<NumericalMath`PolynomialFit`
```

```
zp=PolynomialFit[Transpose[{time,zpt}],4];zp=Expand[zp[t]]
```

```
grzp=Plot[zp,{t,0,n+2},PlotStyle->{Hue[.6],Dashing[{.005}]},AxesLabel->{t,"Зарплата (x)"}];
```

Сумма средств в банках на одного жителя, тыс. руб. (y):

```
vnt1={130,158,215,288,418,666};
```

Определим прирост каждого периода по отношению к начальному (базисному значению):

```
vnt=vnt1-vnt1[[1]];gvnt=ListPlot[Transpose[{time,vnt}],PlotStyle->Hue[.9]];
```

Сделаем полиномиальную аппроксимацию вкладов:

```
vn=PolynomialFit[Transpose[{time,vnt}],4];vn=Expand[vn[t]]
```

```
grvn=Plot[vn,{t,0,n+2},PlotStyle->{Hue[1],Dashing[{.02}]},AxesLabel->{t,"Вклады (y)"}];
```

```
grt={grzp,grvn};
```

Покажем значения зарплаты и вкладов и их аппроксимации на одном рисунке:

```
Show[grt,gzpt,gvnt,AxesLabel->{"t","Зарплата (x),\nВклады (y)"}]
```

Динамика суммы средств в банках на одного жителя по региону в зависимости от среднемесячной заработной платы по региону:

```
<<Graphics`Graphics`
```

```
DisplayTogether[ListPlot[Transpose[{zpt,vnt}],ListPlot[Transpose[{zpt,vnt}],PlotJoined->True],AxesLabel->{"Зарплата (x)","Вклады (y)"}]
```

Коэффициент корреляции значений зарплаты и вкладов:

```
<<Statistics`MultiDescriptiveStatistics`
```

```
Correlation[zpt,vnt]/N
```

Вычислим производную полинома аппроксимирующего зарплату:

```
dzp=D[zp,t]
```

Определим значения производных в заданные временные периоды:

```
dzpt=Table[dzp,{t,0,n-1}]
```

Аппроксимируем скорость изменения зарплаты:

```
dzpr=Fit[Transpose[{zpt,vnt,dzpt}],{1,x,y,x^2,y^2,x*y},{x,y}]/.{x->x[t],y->y[t]}
```

Вычислим производную полинома аппроксимирующего вклады:

```
dvnt=D[vn,t]
```

Определим значения производных в заданные временные периоды:

```
dvnt=Table[dvnt,{t,0,n-1}]
```

Аппроксимируем скорость изменения вкладов:

```
dvnr=Fit[Transpose[{zpt,vnt,dvnt}],{1,x,y,x^2,y^2,x*y},{x,y}]/.{x->x[t],y->y[t]}
```

Запишем систему дифференциальных уравнений с учетом начальных условий (задачу Коши):

```
system={x'[t]->dzpr,y'[t]->dvnr,x[0]->zpt[[1]],y[0]->vnt[[1]]}
```

Найдем численное решение этой задачи Коши:

```
solution=NDSolve[system,{x,y},{t,0,1500},MaxSteps->100000000];
```

Изобразим на графиках полученные решения системы дифференциальных уравнений

Среднемесячная заработная плата по региону, тыс. руб.:

```
grsx=Plot[Evaluate[x[t]/.solution],{t,0,n+2},PlotStyle->Hue[.3]];
```

Сумма средств в банках на одного жителя, тыс. руб.:

```
grsy=Plot[Evaluate[y[t]/.solution],{t,0,n+2},PlotStyle->Hue[.1]];
```

Сравним полученные решения с исходными значениями и с их полиномиальными аппроксимациями:

```
Show[%%,%,grt,gzpt,gvnt]
```

Прибавим к полученным решениям базисные значения и изобразим на рисунке:

```
DisplayTogether[Plot[Evaluate[zpt1[[1]]+x[t]/.solution],{t,0,n+2},PlotStyle-  
>Hue[.3]],Plot[Evaluate[vnt1[[1]]+y[t]/.solution],{t,0,n+2},PlotStyle->Hue[.1]],GridLines->Automatic,AxesLabel-  
>{"t","Зарплата (x),\nВклады (y)"}];
```

Изобразим фазовый портрет полученных решений (зависимость вкладов от зарплаты) и сравним с исходными данными:

```
DisplayTogether[ListPlot[Transpose[{zpt,vnt}]],ParametricPlot[Evaluate[{x[t],y[t]}/.solution],{t,0,n+2}],AxesLabel->{"Зарплата (x)","Вклады (y)"}]
```

Прибавим к полученным решениям базисные значения и изобразим на рисунке:

```
ParametricPlot[Evaluate[{zpt1[[1]]+x[t],vnt1[[1]]+y[t]}/.solution],{t,0,n+2},GridLines->Automatic,AxesLabel->{"Зарплата (x)","Вклады (y)"}];
```

Литература

1. Мусафиров, Э.В. Временные симметрии дифференциальных систем / Э.В. Мусафиров. – Пинск: ПолесГУ (в печати).