УДК 330.4

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

А.А. Харитонюк, студент,
И.Н. Климашевская, кандидат физико-математических наук, доцент,
Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина, 23hacker@mail.ru

Сложившееся в обществе представление об экономике как науке гуманитарной, описательной, для изучения которой достаточно знания четырех арифметических действий, в настоящее время меняется. Без знания высшей математики невозможно понять статьи в ведущих международных журналах по экономике, невозможно понять содержание Нобелевских лекций по экономике Эрроу, Саймона и Солоу. Математические методы дают мощный инструмент для глубокого экономического анализа. Поэтому они оказываются востребованными как на передовом крае научных исследований, так и при решении практических задач.

Простейший вид финансовой сделки – предоставление в долг некоторой суммы k_0 при таком условии, что через некоторый период T будет возвращена сумма $k_1 = k_0(1 + i)$. Величина $i k_0$ называется добавленным процентом, а i – ставкой процента за время T. При вычислении суммы накопления за несколько базовых периодов, то есть за время $t = n T$, как правило, применяют схему простых или сложных процентов.

В схеме простых процентов для вычисления суммы накопления через n периодов используется формула

$k_n = k_{n-1} + i k_0 = k_0 + n(i k_0)$,

где k_{n-1} – сумма накопления через n – 1 периодов.

k_n – сумма накопления через n периодов.

Заметим, что в данной схеме процент $i k_0$ за каждый базовый период T начисляется только на начальную сумму k_0.

В схеме сложных процентов сумма накопления через n периодов вычисляется по формуле

$k_n = k_{n-1} + i k_{n-1} = (1 + i) k_{n-1} = (1 + i)^n k_0$.

Здесь за каждый период T процент $i k_{n-1}$ начисляется на всю накопленную к началу этого периода сумму k_{n-1}.

Предположив, что процесс накопления вклада бесконечен, получим последовательность накопительных сумм $\{k_n\}$, которая представляет собой либо арифметическую прогрессию $\{k_0 + n (i k_0)\}$ с разностью $d = i k_0$, если процент простой, либо геометрическую прогрессию $\{k_0 (1 + i)^n\}$ со знаменателем $q = (1 + i) > 1$, если процент сложный. В последнем случае последовательность бесконечно большая. Экономическое содержание этого факта в следующем: за конечное время (возможно очень большое) сумма накопления превзойдет любое сколь угодно большое наперед заданное значение.

Обычно в качестве базового периода T берут один год и через i обозначают годовую ставку процента. Сложный процент, как правило, начисляется n раз в году через равные промежутки времени. При этом ставка за один промежуток составляет $i_n = i/n$. Число начислений n для различных видов вкладов различно. Возникает вопрос: как изменяется годовая сумма накопления

$k_n = k_0 (1 + i_n)^n$

при увеличении числа начислений n. Оказывается, решение вопроса сводится к пределу

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e.$$

Предположим, что годовая ставка i = 1 (100% годовых) и n – число начислений сложного процента за один год. В таблице приведены значения ставки процента $i_n = i / n$ за промежуток между начислениями, а также годовой суммы накопления

$k_n = k_0(1 + i_n)^n = k_0(1 + i/n)^n$

в расчете на один рубль начальной суммы k_0.

n	in	kn	Примечания
1	1	k1 = 1 руб.(1 + 1/1)1 = 2 руб.	% начисляется раз в году
2	1/2	k2 = 1 руб.(1 + 1/2)2 = 2,25 руб.	% начисляется раз в полугодие
4	1/4	k4 = 1 руб.(1 + 1/4)4 = 2,44 руб.	% начисляется ежеквартально
12	1/12	k12 = 1 руб.(1 + 1/12)12 = 2,61 руб.	% начисляется ежемесячно
n	1/n	kn = 1 руб.(1 + 1/n)n	

Неограниченно увеличивая число начислений n, можно построить последовательность {kn} годовых сумм накопления, ее общий член равен

$$k_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n .$$

Последовательность $\left\{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right\}$ возрастает, следовательно, рост числа начислений n ведет к росту годовой суммы накопления kn , однако, поскольку $\sup\left\{\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right\} = e$, то годовая сумма kn никогда не превзойдет число $e \approx 2{,}718...$, сколь бы велико ни было число начислений n .