ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ

Зубей Е.В., 1 курс,
Дежурко Ю.И., к.физ.-мат.н., доцент,
УО «Брестский государственный университет имени А.С.Пушкина»

Не могу не согласиться с великим русским ученым М.В.Ломоносовым, который говорил: «Математику уже затем учить надо, что она ум в порядок приводит». И правда! Достижения в области математики как науки используются во всех сферах человеческой жизни и деятельности. Явным примером этого является применение пределов в экономических расчетах.

В практических расчетах экономического типа в основном применяют проценты, начисляемые за фиксированные одинаковые интервалы времени (год, полугодие, квартал и т.д.). Время – переменная. Рассмотрим формулу сложных процентов:

S = P (1 + i) n.

Здесь P – первоначальная сумма, i – ставка процентов (в виде десятичной дроби), S – сумма, образовавшаяся к концу срока ссуды в конце n -го года. Рост по сложным процентам представляет собой процесс, развивающийся по геометрической прогрессии. В финансовой практике часто сталкиваются с задачей: по заданной сумме S, которую следует уплатить через некоторое время n, необходимо определить сумму полученной ссуды P. Имеем:

$$P = \frac{S}{(1+i)^n}, \quad \lim_{n\to\infty} P = \lim_{n\to\infty} \frac{S}{(1+i)^n} = 0.$$

Обобщим формулу сложных процентов для случая, когда проценты начисляются m раз в году:

S =P (1 + i/m) mn.

Здесь m – число периодов начисления в году, i – годовая или номинальная ставка. Чем больше m, тем меньше промежутки времени между моментами начисления процентов. В пределе при m, стремящемся к бесконечности имеем:

$$S = \lim_{m\to\infty} P\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn} = P\lim_{m\to\infty}\left(\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m}\right)^{n}$$

Поскольку, $\lim\limits_{m\to\infty}\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m} = e^{m}$, то S = P e in.

Пример. Пусть в конце каждого года в течение четырех лет в банк вносится по 1 млн. рублей, проценты начисляются в конце года, ставка - 5% годовых. В этом случае первый взнос обратится к концу срока ренты в величину 10 6 *1,05 3 так как соответствующая сумма была на счете в течение 3 лет, второй взнос увеличится до 10 6 *1,05 2, так как был на счете 2 года. Последний взнос процентов не приносит. Таким образом, в конце срока ренты взносы с начисленными на них процентами представляют ряд чисел: 10 6 *1,05 3 ; 10 6 *1,05 2 ; 10 6 *1,05; 10 6. Наращенная к концу срока ренты величина будет равна сумме членов этого ряда. Обобщим сказанное, выведем соответствующую формулу для наращенной суммы годовой ренты. Обозначим: S - наращенная сумма ренты, R - размер члена ренты, i - ставка процентов (десятичная дробь), n - срок ренты (число лет). Члены ренты будут приносить проценты в течение n - 1, n - 2,..., 2, 1 и 0 лет, а наращенная величина членов ренты составит

R (1 + i) n - 1, R (1 + i) n - 2,..., R (1 + i), R.

Перепишем этот ряд в обратном порядке. Он представляет собой геометрическую прогрессию со знаменателем (1+i) и первым членом R. Найдем сумму членов прогрессии. Получим: S = R*((1 + i)n-1)/((1+i)-1) = R *((1 + i) n - 1)/ i. Обозначим S n; i = ((1 + i) n - 1)/ i и будем называть его коэффициентом наращения ренты. Если же проценты начисляются m раз в году, то S = R*((1 + i/m) mn - 1)/((1 + i/m) m - 1), где i - номинальная ставка процентов. Величина a n; i = (1 - (1 + i) - n)/ i называется коэффициентом приведения ренты. Коэффициент приведения ренты при n $\to\infty$ показывает, во сколько раз современная величина ренты больше ее члена:

$$\lim_{n\to\infty} a_{n;i} = \lim_{n\to\infty} \frac{(1-(1+i)^{-n})}{i} = \frac{1}{i}$$