

И.А. Карачун, соискатель,

М.М. Ковалев, доктор физ.-мат. наук, профессор.

Белорусский государственный университет, kovalev@bsu.by

Value-at-Risk (VaR), возможно, самая известная мера для оценки риска портфеля. Её появление было особенно важно для кредитных институтов, так как она легла в основу акционерных инвестиционных технологий. Например, Bank of International Settlements (BIS) применяет VaR в качестве основы при установлении нормативов величины собственного капитала относительно риска активов.

Методика VaR сводит все риски, связанные с неопределенностью колебаний рыночной конъюнктуры (цен, курсов, процентов, и т.д.), к единому показателю оценки риска. В этом плане VaR позволяет производить сравнение рисков как по различным портфелям, так и по отдельным финансовым инструментам на протяжении определенного периода времени. Такой оценкой является предел потерь в стоимости портфеля (финансового инструмента) за определенный период времени с заданной вероятностью, выраженный в денежных единицах. Он определяется тремя факторами: временным горизонтом (заданный период времени), ассоциацией с вероятностью, фактической величиной в денежном выражении.

Таким образом, методика VaR позволяет интегрировать стоимостные, вероятностные и временные характеристики риска, что выгодно отличает его от традиционных мер риска (например, стандартного отклонения доходности, коэффициента вариации и т.д.). С помощью методологии VaR можно оценить риск различных сегментов рынка и определить наиболее рискованные позиции, например, посредством гибкости формирования портфеля. Эта концепция наиболее полезна на ликвидных рынках с большим объемом операций и может использоваться для предоставления информации и установления ограничений на торговлю.

Статистика показывает, что вероятность возникновения ситуации, приводящей к большим потерям на сравнительно устойчивом рынке, довольно мала и потому ориентация на такие ситуации приводит к неоправданному сокращению объемов операций. Крупные катастрофические потери целесообразно рассматривать отдельно в рамках стресс-тестинга. Для определения нестрессовой оценки рыночного риска из рассмотрения исключается небольшая доля (обычно 5% или 1%) самых неблагоприятных случаев, то есть сужается интервал возможных значений случайной величины. Оценкой риска считается убыток, который возникнет в самом неблагоприятном из оставшихся 95% или 99% случаев. Ширина интервала, а, следовательно, и оценка риска, зависит от длины временного горизонта и от доли отброшенных неблагоприятных случаев, то есть заданной вероятности того, что предсказанное значение попадет в этот интервал. Значение нижней границы интервала является мерой риска, VaR. Считается, что с вероятностью, равной разности между 100% и принятой долей отброшенных неблагоприятных случаев, убытки портфеля не превысят значения VaR.

Таким образом, метод VaR позволяет выразить риск портфеля одним числом. Однако для его расчета необходимо обладать оценками волатильностей и корреляций доходностей инструментов, составляющих портфель. При этом можно использовать как исторические, так и прогнозируемые значения. В качестве длины временного горизонта может считаться срок, определяемый выбранной стратегией управления портфелем, или срок, за который портфель можно реализовать на рынке. Таким образом, в значении VaR можно учесть риск ликвидности.

По определению VaR – это разность между ожидаемым доходом портфеля и его минимальной возможной стоимостью с заданной вероятностью  $p$ . Следовательно, сначала надо определить эту минимальную стоимость

при уровне значимости  $1 - p$ , называемую  $p$ -квантиль. Обозначим  $k(\pi)$   $p$ -квантиль окончательного капитала инвестора. Для нормально распределенной случайной величины  $Z$  он равен  $E[Z] + k_p \sqrt{D[Z]}$ , где  $k_p$  –  $p$ -квантиль стандартного нормального распределения  $N(0,1)$ . Мы будем полагать  $p < 0.5$ , а следовательно

$k_p < 0$ . Следовательно, для портфеля активов  $\pi = (\pi^1(t), \dots, \pi^n(t))'$  с параметрами  $\mu$  – ожидаемая доходность,  $\sigma$  – волатильность,  $r$  – безрисковая процентная ставка

$$k(\pi) = x \exp \left\{ \left( \pi'(\mu - r \mathbf{1}) + r - \frac{\|\pi' \sigma\|^2}{2} \right) T + k_p \|\pi' \sigma\| \sqrt{T} \right\}$$

то есть  $P(X(T) \leq k(\pi)) = p$ . Как правило,  $p$  равно от 1% (требования Базельского комитета) до 5% (стандарт RiskMetrics).

Таким образом, стоимость под риском (VaR) – это разность между ожидаемым доходом портфеля и  $p$ -квантилем окончательной стоимости портфеля инвестора:

$$VaR(\pi) = E[X(T)] - k(\pi) = x \exp\{(\pi'(\mu - r\mathbf{1}) + r)T\} \left( 1 - \exp\left\{k_p \|\pi'\sigma\| \sqrt{T} - \frac{\|\pi'\sigma\|^2}{2}\right\} \right).$$

В таких условиях для оптимизации портфеля достаточно решить задачу максимизации ожидаемой стоимости с ограничением по размеру VaR:

$$\max_{\pi \in R^n} E[X(T)] \quad \text{при условии} \quad VaR(\pi) \leq C.$$

Следует отметить, что само значение VaR опирается на накопленную базу фактических данных, и его можно посчитать только для рисков, измеряемых количественно. Поскольку для каждого компонента портфеля необходимо иметь большой массив данных, для финансовых инструментов, с которыми проводятся небольшие объемы операций на рынке, тяжело собрать необходимую информацию или постоянно отслеживать их рыночную стоимость.